

Innerdeutsche regionale Unterschiede von Sterbehäufigkeit und Sterbehäufigkeitstrends

- Eine Analyse und Veranschaulichung mittels nicht parametrischer multivariater Verfahren -

Dr. Robert Holz, Aktuar (DAV), <http://www.rankingweb.de>

Zusammenfassung:

Mittels Diskriminanzanalysen und weiteren nicht parametrischen Evidenztechniken wird der Nachweis erbracht, dass für die Jahre 1996 bis 2002 signifikant unterschiedliche innerdeutsche Sterbehäufigkeiten vorliegen. Insgesamt finden sich angleichende Tendenzen der innerdeutschen Sterbehäufigkeiten, die aber besonders auch von positiveren Entwicklungen einiger Regionen des Südens mit den schon geringeren Sterbehäufigkeiten begleitet erscheinen. Die mittleren regionalen Rentenhöhen aus eigenen Ansprüchen gegenüber der gesetzlichen Rentenversicherung der Männer erweisen sich in ihrer regionalen Differenzierung als eine weitere Erklärungsgröße für die Unterschiede der beobachteten Sterbehäufigkeiten der Männer sowie der Frauen.

Stichwörter: Innerdeutsche regionale Sterbehäufigkeit, Evidenz, Diskriminanz Analyse

Abstract:

By discriminant analysis and further non parametrical evidence technics differences between death rates, trend of death rates and pensions from the state are analysed for german regions. Death rates are significant different for south, east and west germany. There are too dependencies between death rates for men and women and pensions from the state for men which are significant. The trends of death rates are different in germany, they assimilate at whole but there are better tendencies for regions with lower death rate, too.

Keywords: German regional mortality, evidence, discriminant analysis

Inhalt

1. Einleitung	2
2. Die Daten	3
3. Korrelationen und Segmentstatistik	6
4. Multivariate Betrachtungen und deren Prüfung	11
5. Resümee	16
Anhang	18
Literatur	27
Begleitdatei	

1. Einleitung

Mit der neuen Sterbetafel DAV2004R¹ ist die Entwicklung der Sterbehäufigkeit in Deutschland für die Versicherungsgemeinschaften im Vergleich auch zu anderen Nationen untersucht und zu einer neuen Tafel zusammengefasst worden. Hierbei wurde insbesondere auch auf sozioökonomische Unterschiede in den Sterbehäufigkeiten hingewiesen. Innerdeutsche regionale Unterschiede wurden nicht untersucht.

Das Datenmaterial der CD-Roms Statistik-Regional der statistischen Landesämter und des Bundesamtes² stellt Bevölkerungs- und Todesfallzahlen der Jahre 1995 bis 2002 regional differenziert bis auf Kreisebene zur Verfügung, woraus hier, um die Betrachtungen möglichst frei von Zufallserscheinungen zu halten, mit den 16 Bundesländern, 39 Regierungsbezirken, 4 zu den Himmelsrichtungen Nord, Ost, West und Süd zusammengefassten Regionen sowie mit der Region Deutschland größere Personengesamtheiten berücksichtigt werden. Per Mittelung der Bevölkerungsjahresendzahlen sind jeweils differenziert nach Frauen (w) und Männern (m) Mehrjahressterbehäufigkeiten für die Altersbereiche [60; 65), [65; 75) und [75; ∞) der Jahre 1996 bis 2002 betrachtet. Es sind das Merkmal Region, technische Merkmale wie Trends und deren Glaubwürdigkeit für die Analyse berücksichtigt sowie auch das dem Verband der gesetzlichen Rentenversicherer entnommene Zahlenmaterial³ der mittleren Rentenhöhen in den Regionen, die jedoch nicht für die Regierungsbezirke der Neuen Bundesländer vorliegen.

Die ermittelten Sterbehäufigkeiten unterliegen der Kritik durch regional unterschiedliche Verteilungen innert der zusammengefassten Jahrgänge verfälscht zu sein, was mittels des verfügbaren Datenmaterials nicht umgangen werden kann, sich jedoch deutlich nicht als die wesentliche Ursache für die folgenden Ergebnisse erweisen wird, die überwiegend auch über die drei Altersbereiche hinweg beobachtbar sind .

Gehen geringere Sterbehäufigkeiten in Versicherungen mit Todesfallcharakter (Risikoleben) zu Gunsten der kollektiven Vererbung, so belasten sie andererseits bei Versicherungen mit Erlebensfallcharakter (Renten und Erlebensfalleistungen der Kapitallebensversicherungen), weshalb regionale Unterschiede der Sterbehäufigkeiten, insbesondere bei mit regionalen Schwerpunkten anbietenden Lebensversicherern, kalkulatorisch von Bedeutung sind.

Das Ziel der Betrachtung ist die aussagekräftige differenzierte nicht parametrische Einsichtnahme in das verfügbare Datenmaterial zur Prüfung der Wesentlichkeit innerdeutscher Unterschiede der Sterbehäufigkeit sowie deren Trends. Das Datenmaterial und auch die verwendeten Techniken sind mit der Datei Qx_regional.xls zur Verfügung gestellt.

1.6 Sozioökonomische Sterblichkeitseinflüsse: Rentenhöhe Rentnersterbewahrscheinlichkeiten GRV 1997/99

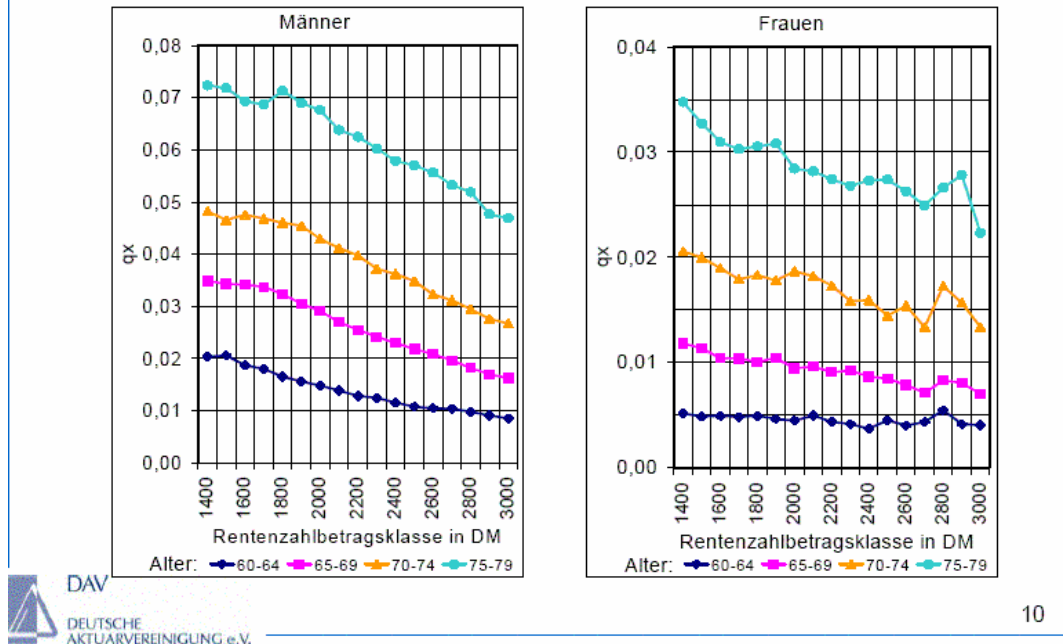


Abbildung 1: Quelle: Deutsche Aktuarvereinigung e.V. Köln, <http://www.aktuar.de>

2. Die Daten

Die nach den geringen mittleren Sterbehäufigkeiten zum Alter [65; 75) als Mittel der Jahre 1996 bis 2002 angeordnete Übersicht der Sterbehäufigkeiten und Rentenhöhen der Tabelle 1 gibt erste Einblicke in das Datenmaterial und die regionalen Sterbehäufigkeitsunterschiede.

So wird bereits deutlich, dass die Verhältnisse der Sterbehäufigkeiten des Altersbereiches [65; 75) überwiegend auch für die Altersbereiche [60; 65) und [75;oo) (kurz 75+) vorzufinden sind und dass die regionalen Unterschiede mit etwa 30% zur Sterbehäufigkeit der BRD (D) insgesamt bereits für die grobe Differenzierung bis auf Ebene der Regierungsbezirke von Bedeutung erscheinen.

Kennzahl: avg 1996-2002	mittlere Rente w, €	mittlere Rente m, €	avg_Qx 75+_w	avg_Qx 75+_m	avg_Qx [65-75]_w	avg_Qx [65-75]_m	avg_Qx [60-65]_w	avg_Qx [60-65]_m
Eigenschaft:					gering	gering		
Stuttgart, Regierungsbezirk	432	1.067	0,077	0,095	0,014	0,027	0,006	0,013
Tübingen, Regierungsbezirk	406	990	0,077	0,097	0,013	0,027	0,006	0,012
Freiburg, Regierungsbezirk	397	949	0,077	0,093	0,014	0,027	0,006	0,013
Oberbayern, Regierungsbezirk	433	982	0,077	0,094	0,014	0,027	0,006	0,012
Baden-Württemberg	416	1.023	0,078	0,095	0,014	0,027	0,006	0,013
S	406	982	0,079	0,096	0,015	0,029	0,006	0,014
Schwaben, Regierungsbezirk	394	946	0,080	0,098	0,015	0,029	0,006	0,014
Detmold, Regierungsbezirk	387	998	0,079	0,099	0,014	0,030	0,006	0,015
Unterfranken, Regierungsbezirk	342	948	0,080	0,097	0,015	0,029	0,006	0,014
Bayern	397	946	0,080	0,096	0,015	0,029	0,006	0,014
Karlsruhe, Regierungsbezirk	414	1.036	0,079	0,096	0,015	0,029	0,007	0,014
Kassel, Regierungsbezirk	339	962	0,078	0,099	0,015	0,030	0,006	0,015
Darmstadt, Regierungsbezirk	426	1.069	0,079	0,094	0,016	0,029	0,007	0,014
Hessen	392	1.027	0,080	0,096	0,015	0,029	0,007	0,014
Dresden, Regierungsbezirk	-	-	0,081	0,103	0,015	0,030	0,006	0,015
Weser-Ems, Regierungsbezirk	327	943	0,080	0,100	0,015	0,030	0,007	0,015
Hannover, Regierungsbezirk	396	1.028	0,081	0,098	0,015	0,030	0,007	0,015
Gießen, Regierungsbezirk	338	965	0,082	0,098	0,016	0,030	0,007	0,015
Niedersachsen	363	1.000	0,081	0,100	0,016	0,030	0,007	0,015
Schleswig-Holstein	379	1.007	0,084	0,100	0,016	0,030	0,007	0,015
Mittelfranken, Regierungsbezirk	429	982	0,081	0,097	0,016	0,030	0,007	0,015
Lüneburg, Regierungsbezirk	353	971	0,084	0,103	0,016	0,030	0,007	0,015
Niederbayern, Regierungsbezirk	326	851	0,081	0,099	0,015	0,032	0,007	0,015
N	392	999	0,082	0,101	0,016	0,031	0,007	0,016
Braunschweig, Regierungsbezirk	373	1.062	0,080	0,100	0,016	0,031	0,007	0,016
D	423	1.035	0,081	0,100	0,016	0,031	0,007	0,015
Rheinland-Pfalz	341	979	0,081	0,098	0,016	0,031	0,007	0,015
Oberpfalz, Regierungsbezirk	337	888	0,081	0,097	0,016	0,032	0,007	0,016
Hamburg	473	1.094	0,079	0,095	0,017	0,031	0,008	0,016
Köln, Regierungsbezirk	382	1.087	0,082	0,097	0,016	0,031	0,007	0,014
W	372	1.093	0,081	0,099	0,016	0,032	0,007	0,015
Sachsen	539	1.048	0,083	0,105	0,016	0,032	0,007	0,016
Münster, Regierungsbezirk	323	1.156	0,079	0,099	0,016	0,033	0,007	0,016
Oberfranken, Regierungsbezirk	405	915	0,083	0,099	0,016	0,033	0,007	0,017
Nordrhein-Westfalen	369	1.120	0,081	0,100	0,016	0,032	0,007	0,016
Bremen	405	1.064	0,074	0,095	0,017	0,032	0,007	0,018
Leipzig, Regierungsbezirk	-	-	0,082	0,107	0,017	0,032	0,007	0,016
Berlin	536	1.065	0,088	0,104	0,018	0,031	0,008	0,016
Chemnitz, Regierungsbezirk	-	-	0,085	0,107	0,017	0,034	0,007	0,016
Düsseldorf, Regierungsbezirk	388	1.144	0,083	0,101	0,017	0,033	0,008	0,016
Arnsberg, Regierungsbezirk	344	1.154	0,082	0,101	0,017	0,034	0,008	0,017
O	529	1.030	0,085	0,108	0,018	0,034	0,007	0,017
Brandenburg	532	1.013	0,088	0,111	0,018	0,034	0,008	0,018
Saarland	314	1.128	0,083	0,102	0,018	0,034	0,008	0,017
Mecklenburg-Vorpommern	514	980	0,085	0,110	0,018	0,035	0,008	0,019
Thüringen	527	1.015	0,086	0,110	0,018	0,034	0,007	0,017
Magdeburg, Regierungsbezirk	-	-	0,086	0,110	0,019	0,035	0,008	0,018
Dessau, Regierungsbezirk	-	-	0,086	0,114	0,018	0,036	0,008	0,018
Sachsen-Anhalt	511	1.026	0,085	0,111	0,019	0,036	0,008	0,018
Halle, Regierungsbezirk	-	-	0,084	0,110	0,019	0,036	0,008	0,018

Tabelle 1: Übersicht der mittleren Sterbehäufigkeiten und Rentenhöhen 1996 bis 2002

Mit den künstlichen Regionen N, O, S, W sind die Flächenbundesländer wie folgt zusammengefasst berücksichtigt:

Norden (N): Schleswig-Holstein, Niedersachsen, Mecklenburg-Vorpommern

Süden (S): Baden-Württemberg, Bayern

Westen (W): Nordrhein-Westfalen, Hessen, Rheinland-Pfalz, Saarland

Osten (O): Brandenburg, Sachsen-Anhalt, Sachsen, Thüringen

Es wird so auch bereits deutlich, dass die mittleren Rentenhöhen der Regionen, besonders in den Regionen mit den geringeren Sterbehäufigkeiten des Südens eher geringer sind, wobei hier die mit eigenen Ansprüchen erzielten Renten wegen Alters betrachtet sind.

Eine plausible Erklärung des oben aufgezeigten Zusammenhanges der Rentenhöhen zur Sterbehäufigkeit, wäre die, dass der Wohlstand die Gesundheit im Sinne einer höheren Lebenserwartung positiv beeinflusst. Aus den Rentenniveaus lassen sich hingegen im allgemeinen die individuellen Wohlstandsniveaus nicht ablesen. Die gesetzliche Rente stellt einerseits nur einen Teil der Alterseinkünfte dar und die Rentenhöhen sind durch die Entwicklungen von Erwerbsbiographien beeinflusst, die allerdings die späten Erwerbseinkommen stärker berücksichtigen. Außerdem sind die beobachteten Sterbehäufigkeiten mit Niveaus im ein bis drei Prozentbereich besonders gefährdet gegenüber systematischen Einflüssen, denen sich kleinere Bevölkerungsgruppen ausgesetzt sehen, beeinflusst zu sein.

So zeigt beispielsweise auch das der Untersuchung zur Herleitung der Sterbetafel DAV2004R⁴ entnommene Schaubild der Sterbehäufigkeiten in Abhängigkeit von der beruflichen Stellung Unterschiede besonders der Sterbehäufigkeiten um das Pensionsalter auf, die das Ausmaß der durch die Rentenhöhen getragenen Unterschiede deutlich übersteigt.

1.6 Sozioökonomische Sterblichkeitseinflüsse: Berufliche Stellung GRV-Sterblichkeit 1998/2000 alte Bundesländer im Vergleich

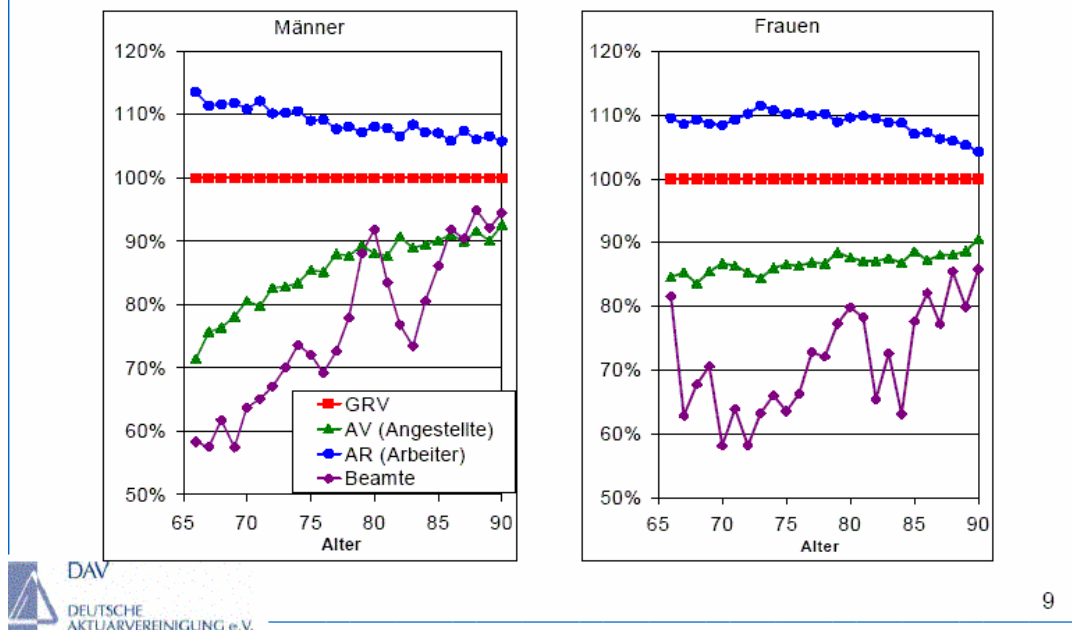


Abbildung 2: Quelle: Deutsche Aktuarvereinigung e.V. Köln, <http://www.aktuar.de>

3. Korrelationen und Segmentstatistik

In der Übersicht der Korrelationen der Tabelle 2 sind in der oberen Matrix-Hälfte ermittelte Rangkorrelationen, in der unteren Hälfte die Pearsonschen Korrelationen der mittleren Sterbehäufigkeiten und der ermittelten Trends⁵ aufgeführt. Es werden besonders durchweg negative Korrelationen der Trends gegenüber den zugehörigen mittleren Sterbehäufigkeiten augenscheinlich und was bereits auf eine Angleichung von Sterbehäufigkeitsniveaus hinweist. Die Sterbehäufigkeiten der Altersbereiche sind auch Geschlechts unabhängig sehr deutlich hoch korreliert.

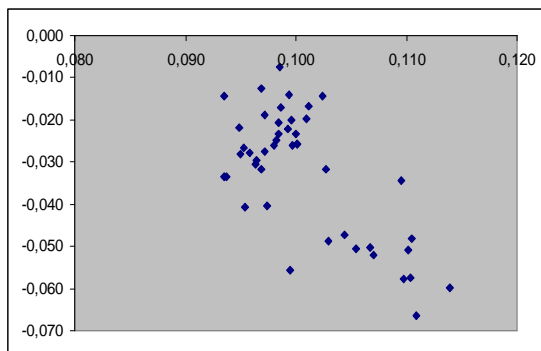
Ein hoher Unterschied zwischen der Rangkorrelation und der Pearsonschen Korrelation ist mit dem Betrag von 0,4 besonders für das Kennzahlpaar [1] und [12], der mittleren Sterbehäufigkeit Qx_{75+}_m und dem Trend der Sterbehäufigkeit $Qx_{[60; 65]}_w$ offensichtlich.

Der Plot der Merkmale [1] und [12] im Vergleich zu den Merkmalen [1] und [6] verrät dann, dass hier jeweils eher zwei Gruppen von Punktepaaren vorliegen, was Besonderheiten auch in der folgend betrachteten Segmentstatistik mit sich bringt.

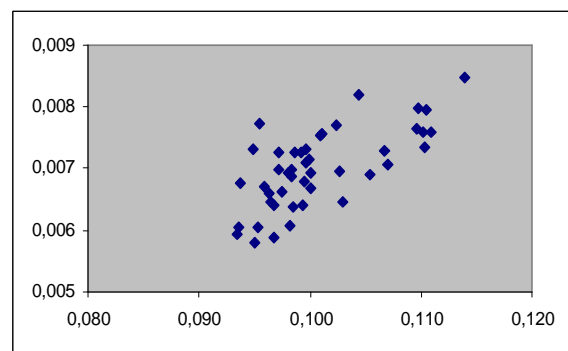
Rangkorrelation

		[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	
avg_Qx75+_m	[1]	(1)	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	-0,3	-0,2	-0,1	-0,3	-0,3	-0,3	<==
avg_Qx75+_w	[2]	0,8	(1)	0,6	0,6	0,6	0,6	-0,2	-0,3	-0,1	-0,3	-0,3	-0,3	
avg_Qx(65-75)_m	[3]	P	0,8	0,7	(1)	0,8	0,8	0,7	-0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2
avg_Qx(65-75)_w	[4]	E	0,8	0,8	0,9	(1)	0,7	0,8	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,3	-0,2
avg_Qx(60-65)_m	[5]	A	0,8	0,7	1,0	0,9	(1)	0,7	-0,1	-0,1	0,0	-0,2	-0,2	-0,2
avg_Qx(60-65)_w	[6]	R	0,7	0,7	0,9	0,9	0,9	(1)	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2
Trend_Qx75+_m	[7]	S	-0,4	-0,3	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	(1)	0,3	0,2	0,2	0,4	0,2
Trend_Qx75+_w	[8]	O	-0,5	-0,5	-0,3	-0,3	-0,2	-0,1	0,5	(1)	0,2	0,4	0,4	0,3
Trend_Qx(65-75)_m	[9]	N	-0,3	-0,2	-0,1	-0,3	-0,1	-0,2	0,4	0,3	(1)	0,3	0,3	0,4
Trend_Qx(65-75)_w	[10]		-0,6	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,2	0,4	0,5	0,5	(1)	0,4	0,4
Trend_Qx(60-65)_m	[11]		-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,4	-0,3	0,5	0,6	0,5	0,5	(1)	0,3
Trend_Qx(60-65)_w	[12]	==>	-0,7	-0,6	-0,5	-0,5	-0,5	-0,4	0,4	0,4	0,6	0,7	0,6	(1)

Tabelle 2: Korrelationen der mittleren Sterbehäufigkeiten und deren Trends 1996 bis 2002



Merkmalplot [1] und [12]



sowie

Merkmalplot [1] und [6]

• Segmentstatistik

Um innere Aussagen für betrachtete Segmente erhalten zu können, werden folgend statistische Informationen von Segmenten geschichtet betrachtet. Hierzu wird das Segment über die Segment definierenden Eigenschaften in Regionen aufgeteilt, die ihm streng angehören und in solche, die die Segmenteigenschaften schwach erfüllen. So kann eine Segment-Statistik gebildet werden, die die an die Korrelation angelehnte Blickrichtung

„je mehr die Eigenschaften des Segmentes gegeben sind, desto ...“

für beliebige ein- oder mehrdimensionale Objektausschnitte ermöglicht.

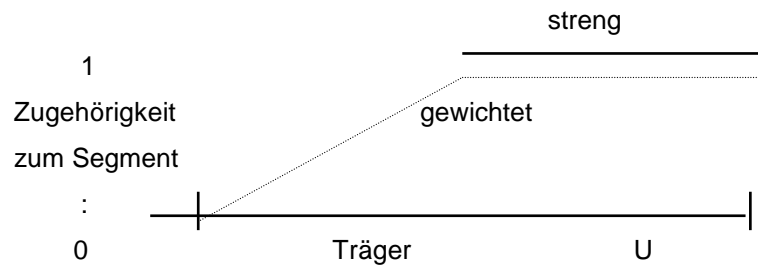


Abbildung 4: Segmentschichten

Die betrachteten Objekte u erhalten also bezüglich der Segment definierenden Merkmale einen Zugehörigkeitswert $\mu(u) \in [0; 1]$ zu dem jeweils betrachteten Segment.

Für die **Segment-Statistik** werden dann sowohl in den Segment definierenden Merkmalen wie auch in den übrigen Merkmalen

- mit dem **Träger** alle Objekte betrachtet, die dem Segment mit einer Zugehörigkeit $\mu(u) > 0$ zugeordnet sind und deren Mittelwert m_1 sowie deren ebensolche Streuung s_1 ermittelt.
- Weiter wird der bezüglich der Zugehörigkeiten **gewichtete** Mittelwert m_2 betrachtet
- und schließlich der Mittelwert m_3 und die ebensolche Streuung s_3 der Objekte, die dem Segment mit Zugehörigkeit $\mu(u) = 1$ **streng** zugeordnet sind.

So lässt sich mittels verringerter Streuungen gegenüber der Gesamtstreuung s_0 der jeweiligen Kennzahlwerte beurteilen ob Beobachtungen **charakteristisch** für das betrachtete Segment sind, während die Mittelwerte m_1 bis m_3 für sich und im Vergleich zum Mittelwert m_0 aller Regionen eine eventuell vorhandene **Systematik** bezüglich der vorgegebenen Blickrichtung erkennbar machen.

Wir nennen genauer Mittelwerte m_1 bis m_3 **systematisch im Sinne der Blickrichtung**, wenn $m_0 \leq m_1 \leq m_2 \leq m_3$ oder $m_0 \geq m_1 \geq m_2 \geq m_3$ gilt. In den Segmentstatistiken sind die Abweichungen der Mittelwerte bzw. Streuungen a_i vom Gesamtmittelwert bzw. von der Gesamtstreuung a_0 dann relativ in der Form $\frac{a_i - a_0}{\text{abs}(a_0)}$ betrachtet, womit auch die Richtung der Abweichung direkt sichtbar wird. Als

Streuungsmaß ist jeweils die Standardabweichung gewählt. Für die Verknüpfung von Kennzahlen zu mehrdimensionalen Segmenten verwenden wir hier für den Fall zweier Segment definierender Merkmale eine Version des sogenannten Bereichsdurchschnitts⁶

$$D(a,b) = \begin{cases} \frac{a+b}{2}, & \text{falls } a, b \in (0;1] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

also eine exclusive Durchschnittsbildung für den Fall $a \vee b = 0$.

Es sind jeweils Segmentstatistiken gegenübergestellt, die ein Segment „geringer“ Merkmalsausprägungen einem „hoher“ Merkmalsausprägungen gegenüberstellen, wobei für die Segmentfestlegungen die Anzahlen der Objekte bestimmend sind und die Eigenschaften „gering“ und „hoch“ die Objekte bezüglich der Segment definierenden Merkmale polarisieren.

- **Vage Klassifikation**

Eindimensionale Segmenteigenschaften sogenannte vage Konzepte können dann beispielsweise mittels einer vagen Klassifikation [gering, normal, hoch] über α -Quantile $q_i(\alpha)$ von Kennzahlwerten $[K_i(u):u \in U]$ zur Sicherstellung statistisch angemessener Segmentstärken wie folgt festgelegt sein:

$$k_{i(\text{hoch})}(u) = \begin{cases} 1, & \text{falls } K_i(u) \geq q_i(0,8) \\ \frac{K_i(u) - q_i(0,6)}{q_i(0,8) - q_i(0,6)}, & \text{falls } q_{0,6} < K_i(u) < q_i(0,8) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$k_{i(\text{gering})}(u) = \begin{cases} 1, & \text{falls } K_i(u) \leq q_i(0,2) \\ \frac{q_i(0,4) - K_i(u)}{q_i(0,4) - q_i(0,2)}, & \text{falls } q_i(0,2) < K_i(u) < q_i(0,4) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

sowie etwa

$$k_{i(\text{normal})}(u) = \begin{cases} 1, & \text{falls } q_i(0,4) \leq K_i(u) \leq q_i(0,6) \\ \frac{K_i(u) - q_i(0,3)}{q_i(0,4) - q_i(0,3)}, & \text{falls } q_i(0,3) < K_i(u) < q_i(0,4) \\ \frac{q_i(0,7) - K_i(u)}{q_i(0,7) - q_i(0,6)}, & \text{falls } q_i(0,6) < K_i(u) < q_i(0,7) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Das Konzept normal ist für das hier gewählte vorgehen weniger von Bedeutung. Mit einer in Bezug auf die Segment-Stärke den gewählten Konzepten hoch und gering vergleichbaren Festlegung der Form oben, ist die Segment-Statistik bezüglich der skizzierten Segment-Schichtung aber in gleicher Weise aussagekräftig. Das Konzept normal muß nicht symmetrisch sein und auch ein Disjunktheits- oder Vollständigkeitskalkül ist nicht vorausgesetzt.

	gering						hoch								
	Summe		schwach		streng		Summe		schwach		streng				
	16,4		11		10		16,3		11		10				
	Streuung		Mittelwert		Streuung		Streuung		Mittelwert		Streuung				
	Träger		gewichtet		streng		Träger		gewichtet		streng				
	Mittelwerte	Streuung		Anzahl:		Anzahl:									
	D	Regionen													
avg_Qx75+_m	0,100	0,101	0,005	-66%	-4%	-5%	-6%	-79%	21	-14%	5%	6%	9%	-54%	21
avg_Qx75+_w	0,081	0,081	0,003	-42%	-3%	-4%	-5%	-46%	21	-32%	3%	4%	5%	-54%	21
avg_Qx(65-75)_m	0,031	0,031	0,002	-24%	-6%	-7%	-9%	-23%	21	-22%	6%	7%	10%	-41%	21
avg_Qx(65-75)_w	0,016	0,016	0,001	-30%	-6%	-7%	-8%	-14%	21	-24%	7%	9%	13%	-52%	21
avg_Qx(60-65)_m	0,015	0,015	0,002	-17%	-7%	-9%	-10%	1%	21	-24%	7%	9%	14%	-49%	21
avg_Qx(60-65)_w	0,007	0,007	0,001	-16%	-6%	-7%	-8%	2%	21	-30%	7%	8%	10%	-32%	21
Trend_Qx75+_m	-0,036	-0,037	0,005	2%	3%	3%	1%	33%	21	-18%	-5%	-7%	-10%	-23%	21
Trend_Qx75+_w	-0,019	-0,020	0,005	-12%	9%	9%	13%	-14%	21	-3%	-7%	-13%	-19%	-18%	21
Trend_Qx(65-75)_m	-0,030	-0,029	0,005	-34%	3%	2%	-2%	-29%	21	4%	-7%	-10%	-12%	3%	21
Trend_Qx(65-75)_w	-0,036	-0,036	0,01	-33%	10%	9%	12%	-29%	21	0%	-7%	-11%	-20%	-31%	21
Trend_Qx(60-65)_m	-0,038	-0,038	0,009	-25%	13%	11%	9%	-6%	21	13%	-10%	-15%	-28%	-3%	21
Trend_Qx(60-65)_w	-0,032	-0,032	0,014	-42%	21%	19%	11%	-53%	21	10%	-24%	-37%	-63%	-43%	21

Tabelle 3: Segmente hoher und geringer Sterbehäufigkeiten des Altersbereiches ab 75

Die Segmentstatistik der Tabelle 3 stellt die Segmente der Regionen der hohen mittleren Sterbehäufigkeiten des Alters 75+ sowohl der Frauen wie auch der Männer dem Segment der Regionen mit den geringen Sterbehäufigkeiten gegenüber. Neben den insgesamt gemittelten Mittelwerten m_0 aller Regionen ist jeweils der analoge Kennzahlwert für die Region Deutschland insgesamt dargestellt und unterscheidet sich offensichtlich kaum vom ungewichteten Mittelwert der Mittelwerte der Regionen. Mit Ausnahme des mit etwa -2% geringeren Trends Qx_75+_w werden für die übrigen Altersbereiche Trends der Sterbehäufigkeiten zwischen etwa -3,8% und -3,0% erkennbar.

Im Segment der höheren Sterbehäufigkeiten Qx_75+ sind sehr charakteristisch die Sterbehäufigkeiten der übrigen Altersbereiche sogar deutlicher erhöht und dies ebenfalls auch systematisch. Die Trends sind systematisch und überwiegend auch charakteristisch deutlich verringert gegenüber dem Mittel aller Regionen, was bereits auf nicht zufällige Angleichungen der regionalen Sterbehäufigkeitsniveaus hinweist.

Ebenfalls im Segment der geringen Sterbehäufigkeitsniveaus sind diese für alle betrachteten Altersgruppen systematisch verringert. In der strengen Zuordnung der Regionen für den Altersbereich [60; 65) aber mit erhöhter Streuung, was auch der Plot der Merkmale [1] und [6] sichtbar macht. Die Trends sind hier im Sinne sich angleichender regionaler Sterbehäufigkeitsniveaus gegenüber dem Mittel aller Regionen erhöht, dies aber nur für die Altersgruppe der Frauen über 75 systematisch und charakteristisch.

Der deutliche Unterschied zwischen der Rangkorrelation und der Pearsonschen Korrelation der Merkmale [1] und [12] zeigt sich mit einem sehr charakteristisch in der Systematik umgekehrten Zusammenhang, zu zwar insgesamt höheren Trends des Merkmals [12], die aber zur strengen Zuordnung deutlich weniger erhöht sind als im Segment insgesamt. Auch der Plot der Merkmale [1] und [12] zeigt mit der Abnahme der Segment definierenden Sterbehäufigkeit deutlicher abnehmende Trends auf.

Besonders dort wo die Sterbehäufigkeit vergleichsweise geringer ist, sind also unterschiedlichere Tendenzen augenscheinlich.

Wie sich mit der Datei Qx_regional.xls leicht nachprüfen lässt, liegen zwischen den Rentenniveaus der Regionen und deren Sterbehäufigkeiten keine aussagekräftigen Korrelationen vor.

4. Multivariate Betrachtungen und deren Prüfung

Die folgenden Clusterergebnisse sind mittels des sogenannten Fuzzy-C-Means Verfahrens erzielt, wie es im Anhang IV kurz beschrieben und in der Datei Qx_regional.xls implementiert ist und dienen hier einer differenzierten Strukturierung der Daten bezüglich der Einteilung in die 14 Regionen des Südens (Bayern, Baden-Württemberg), in die 12 Regionen der Neuen Bundesländer einschließlich der Region O und in die übrigen 24 Regionen der Alten Bundesländer. Die Ergebnisse sind in der Begleitdatei als Beispiele abgelegt. Die regionale Differenzierung im Clusterergebnis ist durch das hohe Gewicht des Merkmals West=1, Süd=0 und Ost=2 erzwungen und was auch für die teilweise geringen aufgeführten mittleren Zuordnungsgrade der Regionen zu den Clustern bestimmend ist. Die Vergrößerung der Clustermittelpunkte ist eine äquidistante zwischen den aufgeführten kleinsten (Min) und größten (Max) Werten der Kennzahlwerte.

Das Ergebnis I (Beispiel 8 der Begleitdatei) zeigt dann auf, dass im Mittel der Jahre 1996 bis 2002 über alle betrachteten Altersbereiche eine sehr deutliche Unterscheidung in die Regionen geringerer Sterbehäufigkeit des Südens, mittel hoher Sterbehäufigkeit des Westens und hoher Sterbehäufigkeit des Ostens vorgenommen werden kann. Die Regionen des Clusters 3 der höheren Sterbehäufigkeit des Südens ist der Regierungsbezirk Oberfranken, die Region der geringeren Sterbehäufigkeit des Ostens der Regierungsbezirk Dresden.

"Min"	Süd			West			Ost			"Max"				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++	2,000				
0,006	--	---	0	0	+	0	-	++	+	0,008				
0,013	--	---	-	-	+	-	0	+++	++	0,019				
0,074	-	--	0	0	0	0	0	++	++	0,088				
0,012	--	---	0	0	+	0	0	+++	++	0,019				
0,027	--	---	0	0	+	-	-	+++	++	0,036				
0,093	--	---	--	--	-	--	-	++	++	0,114				
S			W			DN			O					
8			5			1			8	8	8	1	4	7
0,68			0,67			0,32			0,29	0,50	0,30	0,38	0,63	0,63

Ergebnis I

"Min"	Süd			West			Ost			"Max"				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++	2,000				
-0,066	+	+	+	+	++	+	0	--	--	-0,007				
-0,057	+	++	+	+	++	+	0	0	-	-0,023				
-0,029	0	-	0	+	+	+	0	-	--	-0,009				
-0,068	++	+	++	++	++	++	+	-	-	-0,024				
-0,042	-	0	0	0	0	0	+	-	--	-0,014				
-0,046	+	-	+	+	0	+	0	-	--	-0,028				
S			DN			W			O					
8			6			0			2	18	4	1	4	7
0,53			0,40			-			0,20	0,41	0,19	0,36	0,43	0,70

Ergebnis II

Das Ergebnis II (Beispiel 6 der Begleitdatei) zu den Sterbehäufigkeitstrends unterstreicht einerseits teilweise die auch oben schon beobachteten angleichenden Tendenzen der Sterbehäufigkeiten. Der Osten mit den höheren Sterbehäufigkeiten weist die einheitlich rückläufigeren Sterbehäufigkeitstrends auf, das Cluster 7 mit den etwas weniger rückläufigen Sterbehäufigkeitstrends ist mit dem Regierungsbezirk Magdeburg gegeben.

Der Westen weist andererseits besonders mit dem stark besetzten Cluster 5 die insgesamt geringsten Rückgänge der Sterbehäufigkeiten auf, dies betrifft besonders die Sterbehäufigkeit der Frauen, wobei das Ergebnis III hier die häufiger geringeren Glaubwürdigkeiten der Trends gemessen am Fit⁷ sichtbar macht.

Insgesamt sind die Trends im Ergebnis III (Beispiel 7 der Begleitdatei) deutlich überwiegend durch sehr hohe Bestimmtheiten gekennzeichnet.

Die Ergebnisse IV und V zeigen die Sterbehäufigkeitsverhältnisse des ersten Betrachtungsjahres 1996 und des letzten Jahres 2002 auf, die Symbolik ist jeweils über die Ergebnisse hinweg nicht vergleichbar sondern individuell an den aufgeführten Minimum- und Maximum-Werten der verschiedenen Kennzahlen ausgerichtet und an denen sich hier auch die Sterbehäufigkeitsverbesserungen im Vergleich der Clusterergebnisse zeigen.

"Min"	Süd			West			Ost		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++
0,147	-	++	0	0	+++	--	+	++	+++
0,625	+	+++	+	++	+++	0	++	++	+++
0,509	++	++	+	+	++	+	+	++	+++
0,453	+	+++	0	+	+++	0	+	++	+++
0,494	++	+++	++	++	+++	0	+	+	+++
0,740	++	+++	++	++	+++	++	++	+	+++
S			D N W			O			
0,45	0,52	0,23	0,30	0,64	0,35	0	4	8	

Ergebnis III

"Min"	Süd			West			Ost		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++
0,005	0	--	-	0	++	0	+	+++	0
0,012	-	---	-	-	0	0	+	+++	+
0,073	-	--	--	-	0	-	0	+	0
0,011	+	---	-	0	0	0	+	++	+
0,024	0	---	--	-	0	0	+	+++	+
0,081	-	--	-	-	-	-	0	+++	++
S			N W			D			O
0,66	0,55	0,28	0,30	0,45	0,31	0	4	8	

Ergebnis IV

"Min"	Süd			West			Ost		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++
0,006	-	---	--	-	-	-	-	+++	+
0,014	-	--	-	0	0	0	+	+++	++
0,077	0	-	-	0	0	0	+	++	++
0,014	0	---	--	-	-	0	0	+++	++
0,028	-	---	--	-	-	-	-	+++	+
0,101	--	--	--	--	-	-	0	+++	++
S			D N W			O			
0,62	0,53	-	0,32	0,47	0,24	0,36	0,67	0,72	

Ergebnis V

"Min"	Süd			West			Ost		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++
314,3	-	---	-	--	-	---	+++	+++	0
851,0	-	---	+	+++	+	-	+	0	0
-0,057	+	+	+	++	+	+	0	-	-
-0,042	0	0	0	0	0	+	-	--	--
0,013	--	-	-	+	-	-	++	++	++
0,027	--	0	-	+	-	-	+	++	++
S			D N W			O			
0,80	0,58	-	0,48	0,67	0,46	0,30	0,58	1,00	

Ergebnis VI

"Min"	Süd			West			Ost		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	---	---	--	-	0	+	++	+++	+++
314,3	-	0	-	-	--	-	0	+	++
851,0	-	0	-	++	0	++	+	0	0
0,025	-	--	-	--	0	--	-	-	-
0,005	0	0	0	--	0	--	0	+	++
0,013	--	---	-	+	-	+	-	+++	++
0,027	-	---	0	+	-	+	-	+++	++
S			D N W			O			
0,74	0,58	-	0,30	0,73	0,31	0,34	0,56	0,80	

Ergebnis VII

"Max"		
2,000	3,0	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, Ost=2
0,979	1,0	Fit_Qx[60-65)_w
0,992	1,0	Fit_Qx[65-75)_w
0,978	1,0	Fit_Qx75+_w
0,983	1,0	Fit_Qx[60-65)_m
0,994	1,0	Fit_Qx[65-75)_m
0,996	1,0	Fit_Qx75+_m

50 Anzahl:
0,51 avg.-max.-memb.

"Max"		
2,000	3,0	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, Ost=2
0,007	1,0	Qx[60-65)_w_02
0,017	1,0	Qx[65-75)_w_02
0,086	1,0	Qx75+_w_02
0,017	1,0	Qx[60-65)_m_02
0,033	1,0	Qx[65-75)_m_02
0,102	1,0	Qx75+_m_02

50 Anzahl:
0,47 avg.-max.-memb.

"Max"		
2,000	3,0	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, Ost=2
0,010	1,0	Qx[60-65)_w_96
0,022	1,0	Qx[65-75)_w_96
0,096	1,0	Qx75+_w_96
0,022	1,0	Qx[60-65)_m_96
0,043	1,0	Qx[65-75)_m_96
0,130	1,0	Qx75+_m_96

50 Anzahl:
0,53 avg.-max.-memb.

"Max"		
2,000	3,0	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, Ost=2
538,7	1,0	avg. mittlere Rente w
1.156,0	1,0	avg. mittlere Rente m
-0,023	0,0	Trend_Qx[65-75)_w
-0,014	0,0	Trend_Qx[65-75)_m
0,019	0,0	avg_Qx[65-75)_w
0,036	0,0	avg_Qx[65-75)_m

50 Anzahl:
0,67 avg.-max.-memb.

"Max"		
2,000	3,0	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, Ost=2
538,7	0,0	avg. mittlere Rente w
1.156,0	0,0	avg. mittlere Rente m
0,034	0,0	Tendenz mittlere Rente w
0,019	0,0	Tendenz mittlere Rente m
0,019	1,0	avg_Qx[65-75)_w
0,036	1,0	avg_Qx[65-75)_m

50 Anzahl:
0,65 avg.-max.-memb.

Das Cluster 6 der höheren Sterbehäufigkeiten des Westens im Ergebnis V für 1996 ist mit Berlin und dem Saarland gegeben. Das Cluster 7 der geringeren Sterbehäufigkeiten des Ostens mit dem Regierungsbezirk Dresden.

Die besonders im Altersbereich [60;65) der Männer sogar hohen Sterbehäufigkeiten des Südens im Cluster 1 des Ergebnisses IV für 2002 sind mit den Regierungsbezirken Mittelfranken, Niederbayern, Oberfranken und Oberpfalz gegeben.

Die Ergebnisse VI und VII stellen aus den Blickrichtungen der mittleren Rentenhöhen und der Sterbehäufigkeiten im Altersbereich [65;75) die regionalen Beziehungen zwischen Rentenhöhen und Sterbehäufigkeit dar.

Die mittleren Rentenhöhen sind bei den Frauen im Osten wesentlich höher, bei den Männern im Westen. Das Cluster 4 des Ergebnisses VI mit dem sehr hohen mittleren Rentenniveau der Männer und den geringeren Sterbehäufigkeitsverbesserungen der Frauen und den höheren Sterbehäufigkeiten des Westens ist mit den Bundesländern NRW und Saarland sowie mit den Regierungsbezirken Arnsberg, Düsseldorf und Münster gegeben.

Auch mit den Clustern 4 und 6 des nach den Sterbehäufigkeiten ausgerichteten Ergebnisses 7 werden die Bundesländer NRW und Saarland sowie hier auch Bremen und Berlin und die Regierungsbezirke Arnsberg und Düsseldorf als Regionen des Westens mit sehr hohen mittleren Rentenniveaus der Männer und den vergleichsweise höheren Sterbehäufigkeiten des Westens erkennbar.

So ist bereits hier ein genereller Zusammenhang höherer Renten und geringerer Sterbehäufigkeiten nur regional unterschiedlich getragen erkennbar, was sich auch als signifikant erweisen wird.

- **Diskriminanzanalyse**

Ähnlich der Segmentstatistik oben sind folgend für die verschiedenen Altersbereiche und differenziert nach Geschlecht, die mittleren Sterbehäufigkeiten, deren Trends und auch die Durchschnitte der mittleren Renten der Jahre 1996 bis 2002 bezüglich der höheren und geringeren Ausprägungen streng in zwei Gruppen zu je 25 der insgesamt 50 Regionen a-priori aufgeteilt.

Nimmt man die folgend betrachteten Merkmalskombinationen dann jeweils in Näherung als multivariat normalverteilt an, so zeigt sich über die Diskriminanzanalyse mittels Mahalanobis-Distanzen, wie diese im Anhang kurz referiert ist und in der Datei Qx_regional.xls auch implementiert ist⁸, folgend jeweils inwieweit das Merkmal Region einen signifikanten zusätzlichen Erklärungsgehalt zur Unterscheidung der a-priori Aufteilung hat.

Die Schaubilder der paarweisen Diskriminanzwerte ($k=2$) und deren Signifikanz-Niveaus im Anhang III quantifizieren hierzu inwieweit das Merkmal Region im Vergleich zu den übrigen betrachteten

Merkmalen einen deutlicheren Abstand der Gruppen generiert. Zusätzlich ist aufgeführt inwieweit die Zunahme eines dritten Merkmals zum gruppierenden Merkmal und zum Merkmal Region weiteren Erklärungsgehalt mit sich bringt. Offensichtlich sind dann im Fall $k=3$ auch bereits Situationen betrachtet, bei denen die nicht gegebene Annahme der multivariaten Normalverteilung für überwiegend nur noch wenig aussagekräftige Szenarien sorgt. Werte größer 5 der Teststatistik sind als signifikant zum Niveau 0,05 hervorgehoben.

- **Durchschnittliche Sterbehäufigkeiten des Altersbereiches [65;75)**

Für die Durchschnitte (avg.) der Sterbehäufigkeiten ist bei den Männern jeweils sehr deutlich das Merkmal Region signifikant erklärender als die übrigen Merkmale und auch als die Durchschnitte der Sterbehäufigkeiten der jeweils übrigen Altersbereiche.

Bei den Frauen gilt gesagtes ähnlich. Hier finden sich aber nur im Altersbereich [65;75) keine besseren alternative diskriminierende Merkmale, die im Altersbereich [60;65) und 75+ jeweils aus der Kombination zweier durchschnittlicher Sterbehäufigkeiten übriger Altersbereiche gegeben sind.

Signifikant zeigt sich bei den Frauen mit Ausnahme des Altersbereichs 75+ jeweils auch die mittlere Rentenhöhe der Männer von bedeutendem diskriminierendem Erklärungsgehalt, nicht so die mittleren Rentenhöhen der Frauen.

- **Trends der Sterbehäufigkeiten des Altersbereiches [65;75)**

Bei den Trends der Sterbehäufigkeiten, die mit Ausnahme des Altersbereiches 75+ der Frauen auch deutlicher schief verteilt sind, kann ein signifikanter Zusammenhang zum Merkmal Region eben nur für die Trends der Frauen über 75 beobachtet werden, hier dann aber mit ähnlichem Erklärungsgehalt wie für die übrigen Merkmale auch.

Wenn signifikant höhere Erklärungsgehalte beobachtbar sind, so vor allem zu den Trends der Sterbehäufigkeiten der Regionen übriger Altersbereiche beziehungsweise anderen Geschlechts.

- **Mittlere regionale Rentenhöhen aus eigenen Ansprüchen gegenüber der gesetzlichen Rentenversicherung**

Für die mittleren Rentenhöhen der Regionen weist sowohl bei den Männern wie auch bei den Frauen das Merkmal Region einen signifikanten Erklärungsgehalt auf, ähnlich aber auch die Trends der Sterbehäufigkeiten.

Bilden wir die a-priori Gruppierung wieder mittels der durchschnittlichen Sterbehäufigkeiten und mittels zweier Merkmale indem wir die Regionen ausschließen, die nicht bei den Männern und den Frauen

zur Gruppe der höheren beziehungsweise geringeren Sterbehäufigkeiten zählen, was im Altersbereich [65;75) und [60;65) jeweils nur drei Regionen betrifft, im Altersbereich 75+ vier Regionen, so zeigt als drittes Merkmal jeweils die Rentenhöhe der Männer signifikant einen höheren weiteren diskriminierenden Erklärungsgehalt, was im Anhang III für den Altersbereich [65;75) zusätzlich dargestellt ist.

5. Resümee

Das Merkmal Region mit einer Unterscheidung in Regionen Bayerns und Baden-Württembergs als Regionen des Südens, in die übrigen Regionen der alten Bundesländer einschließlich Berlin und in die Neuen Bundesländer zeigt sich für alle betrachteten Altersbereiche und sowohl für die Männer wie auch für die Frauen als deutlich signifikanter Einfluß auf die innerdeutschen Sterbehäufigkeitsunterschiede, die absolut mit einem Anteil von etwa 30% am Bundesdurchschnitt in der Höhe der Sterbehäufigkeiten der Regionalgliederung bis auf Regierungsbezirksebene auch nicht als unbedeutend erachtet werden können.

Bei den Trends der Sterbehäufigkeiten verhindern die nicht gegebenen Annahmen zur gewählten Teststatistik einen zusätzlichen Nachweis der auch mit den übrigen Untersuchungsmethoden erzielten Einsichten in jedoch schwächer ausgeprägte innerdeutsche regionale Unterschiede von Sterbehäufigkeitstrends.

Betrachten wir die Trends der Sterbehäufigkeiten im Einzelnen, so fallen besonders Regionen Nordrhein Westfalens wie auch das Saarland mit weniger rückläufigen Trends auf, während die Regionen der Neuen Bundesländer sich deutlicher den geringeren Sterbehäufigkeitsniveaus der Alten Bundesländer angleichen, überwiegend aber noch die höheren Sterbehäufigkeiten aufweisen. So sind insgesamt Angleichungen in den innerdeutschen Sterbehäufigkeiten zu beobachten, die aber durch teilweise weiter deutlicher rückläufigere Tendenzen in schon durch geringere Sterbehäufigkeiten geprägten Regionen des Südens wie den Regierungsbezirken Stuttgart und Oberbayern sowie für Baden Württemberg insgesamt auch weiter positivere Ausnahmen aufzeigen.

Der von der Deutschen Aktuarvereinigung e.V. Köln aufgezeigte unbestreitbare Zusammenhang zwischen den Rentenhöhen aus der gesetzlichen Rentenversicherung und der Sterbehäufigkeit besonders der Männer, kann Geschlechts unabhängig als Abhängigkeit von der mittleren Rentenhöhe der Männer auch als signifikant für die innerdeutschen Regionen nachgewiesen werden.

Andererseits zeigen aber die Regional sehr unterschiedlich vorzufindenden Relationen aus mittleren Rentenhöhen der Männer und der Frauen sowie die eher geringeren Rentenniveaus des Südens mit den dort geringeren Sterbehäufigkeiten, das hier nicht allein die plausible Erklärung des Zusammenhanges zwischen dem Wohlstand und der Sterbehäufigkeit beobachtet wird.

Das Merkmal Region ist so für sich aussagekräftig für die Erklärung von Unterschieden in der Sterbehäufigkeit und großteils auch für deren Trends und kann mittels weiterer aus der Regionalstatistik abgeleiteter Parameter, wie dies vom Autor mit den Publikationen „Regionen-Ranking“⁹ in zur Begleitdatei Qx-regional.xls analoger Weise ermöglicht ist, bis auf Stadt- und Kreis-Ebene weiter hinterfragt werden.

Die Segmentstatistik des Anhangs II der Segmente hoher (weniger rückläufigerer) und geringerer (rückläufigerer) Sterbehäufigkeitstrends des Altersbereiches [65;75) der Männer und der Frauen zeigt auf, dass auch die besonderen Sterbehäufigkeitsentwicklungen im Mittel eher nicht zufällig beeinflusst sind und was den Nachweis der genannten signifikanten Beobachtungen auch für die Jahre 1996 bis 2002 im einzelnen ersetzen mag, der mit der Datei Qx_regional.xls aber überwiegend erbracht werden kann.

Regionale unterschiede der Lebenserwartungen besonders der Frauen bestätigen sich darüber hinaus auch über die Landesgrenzen hinweg. So berichtet das statistische Bundesamt unter <http://www.destatis.de> mit den Länderexposes folgende aktuelleren Lebenserwartungen Neugeborener der Nachbarländer in Jahren:

Dänemark 2000:	m=74,5	/	w=79,3
Vereinigtes Königreich 2000:	m=75,3	/	w=80,1
Niederlande 2000:	m=74,6	/	w= 80,4
Frankreich 2000:	m=75,3	/	w=82,8
Italien 2000:	m=76,5	/	w=82,5
Spanien 2000:	m=75,7	/	w=83,1
Polen 2002:	m=70,4	/	w=78,8

Die folgend ergänzte Übersicht der regionalen Unterschiede der Sterblichkeit aller 369 Regionen Deutschlands mit über 100.000 Einwohnern bis auf Kreisebene zeigt zusätzlich, dass die Ergebnisse oben nicht durch Einzelercheinungen geprägt sind.

Wegen der hier nicht verfügbaren Angaben zu den Renten sind Angaben zur Tendenz des BIP's sowie zu Tendenz und Durchschnitt der verfügbaren Einkommen berücksichtigt.

Die der Datei Regio2003.xls (vgl. <http://www.rankingweb.de/Downloads.html>) analoge Datei aller Regionen Deutschlands wird mit den aktualisierten Daten der Regionalstatistik 2004 (vgl die Kennzahlenbeschreibungen und Skalen der Seite <http://www.rankingweb.de/stadt.html>), ergänzt um die Zeitreihen der Datei Qx_regional.xls vom Autor auf Anfrage gegen eine Aufwandsentschädigung zur Verfügung gestellt, robert.holz@t-online.de.

"Min"	Süd				West				Ost				"Max"		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
0,000	---	---	--	--	-	o	o	+	++	++	+++	+++	2,000	3,0	West=1; Süd=0; Ost=2
0,009	+	++	o	o	-	+	---	o	o	o	--	++	0,035	1,0	BIP Tendenz
0,020	o	+	o	o	o	o	--	o	-	-	+++	+++	0,033	1,0	verf. Einkommen Tendenz
13,024	o	++	+	+	++	-	o	o	-	--	---	---	17,444	1,0	verf. Einkommen avg.
-0,062	-	o	o	o	o	o	o	o	o	-	-	-	-0,011	0,0	Trend_Qx[60-65)_m
-0,046	o	o	o	o	o	+	o	o	o	o	--	-	-0,013	0,0	Trend_Qx[65-75)_m
-0,051	o	-	o	o	o	o	+	o	o	o	-	-	-0,024	0,0	Trend_Qx75+_m
53				45				1							
0,45				0,22				0,17							
0,42				0,29				0,25							
0,21				0,38				0,54							
-				0,22				0,68							
-0,070	o	o	o	o	o	+	o	o	o	-	-	-	0,010	0,0	Trend_Qx[60-65)_w
-0,060	+	o	+	+	+	+	+	+	o	-	-	-	-0,015	0,0	Trend_Qx[65-75)_w
-0,034	o	o	o	o	+	o	o	+	o	o	-	-	-0,007	0,0	Trend_Qx75+_w
0,013	--	---	-	-	-	o	-	o	+	+	+	++	0,018	0,0	avg_Qx[60-65)_m
0,027	--	---	-	-	o	o	o	o	+	+	+	++	0,035	0,0	avg_Qx[65-75)_m
0,093	--	--	--	-	-	-	-	-	o	+	++	+++	0,110	0,0	avg_Qx75+_m
0,006	-	--	-	-	o	o	o	o	+	+	+	++	0,008	0,0	avg_Qx[60-65)_w
0,014	--	--	-	-	o	o	o	o	+	+	++	+++	0,018	0,0	avg_Qx[65-75)_w
0,076	-	--	-	-	o	o	o	o	o	+	+	++	0,088	0,0	avg_Qx75+_w

Anhang I: Diskriminanzanalyse via Mahalanobis-Distanzen¹⁰

Seien X_1, \dots, X_J Zufallsvariablen, die die Ausprägungen der Merkmale einer Objektmenge X beschreiben und i ein X in zwei Gruppen differenzierender Index mit $n_i, i=1,2$ Objekten aus X . Unter der Annahme, dass die X_{i1}, \dots, X_{iJ} multivariat normal verteilt sind mit Erwartungswerten $\mu_i=(\mu_{i1}, \dots, \mu_{iJ})$ und Covarianzmatrix Σ ,

$$\bar{x}_i = (\bar{x}_{i1}, \dots, \bar{x}_{iJ}) \quad \text{mit} \quad \bar{x}_{ij} = \frac{1}{n_i} \sum_{t=1}^{n_i} x_{ijt}, \quad i=1,2 \text{ und}$$

$$s_{pq} = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{n_i} (x_{ipt} - \bar{x}_{ip})(x_{iqt} - \bar{x}_{iq}), \quad S_J = \{s_{p,q} : p, q = 1, \dots, J\}$$

Schätzer für $\mu_i=(\mu_{i1}, \dots, \mu_{iJ})$ und die Komponenten von Σ , ist die Distanz einer Auswahl von $k \leq J$ Merkmalen gegeben durch

$$D_k^2 = \sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^k (\bar{x}_{1p} - \bar{x}_{2p}) s'_{pq} (\bar{x}_{1q} - \bar{x}_{2q}), \quad p, q = 1, \dots, J$$

s'_{pq} die Komponenten der Inversen von S_k und die Nullhypothese der Identität der Erwartungen gegeben k Merkmale unter Hinzunahme eines weiteren Merkmales $k+1$ aus $1, \dots, J$

$$H_0 : E[X_{1,k+1} | X_{1,1}, \dots, X_{1,k}] = E[X_{2,k+1} | X_{2,1}, \dots, X_{2,k}]$$

kann aus der Kenntnis der Verteilung von

$$F = \frac{(n_1 n_2)(n_1 + n_2 - k - 2)}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 2)} \frac{[D_{k+1}^2 - D_k^2]}{\left(1 + \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 2)} D_k^2\right)}$$

als Fischer-Verteilung mit $(1, n_1+n_2-k-2)$ Freiheitsgraden zum Niveau α mittels $F > F_{\alpha}(1, n_1+n_2-k-2)$ geprüft werden. Intuitiv wird ersichtlich, dass je größer D_k^2 ist, desto größer auch der diskriminierende Charakter der gewählten Gruppen im Sinne des Abstandes der Merkmale ist, wobei über S die Abhängigkeiten im Sinne der Korrelation der Merkmale in die Abstandsmessung mit einfließen¹¹.

Anhang II:

Segmente hoher (weniger rückläufiger) und geringer (rückläufiger) Sterbehäufigkeitstrends des Altersbereiches [65;75)

Mittelwert	Streuung	schwach streng							schwach streng						
		Summe 11,3		8		7			Summe 13,6		7		8		
		gering		gering		gering			hoch		hoch		hoch		
	Streuung	Träger	Träger	Mittelwert	Streuung	Träger	Träger	Streuung	Träger	Träger	Mittelwert	Streuung	Träger	Träger	Streuung
		Anzahl:							Anzahl:						
Trend_Qx[65-75]_w	-0,036	0,007	-18%	-18%	-21%	-26%	-18%	15	-67%	15%	16%	18%	-68%	15	
Trend_Qx[65-75]_m	-0,029	0,006	-31%	-19%	-24%	-31%	-61%	15	-55%	14%	14%	15%	-63%	15	
Fit_Qx[65-75]_w	0,908	0,083	-51%	4%	4%	6%	-79%	15	33%	-3%	-2%	0%	28%	15	
Fit_Qx[65-75]_m	0,886	0,109	-12%	2%	2%	2%	6%	15	-10%	-2%	-1%	1%	-44%	15	
West=1, Süd(BW, Bayern)=0, Ost=2	0,956	0,729	19%	40%	56%	94%	-52%	15	-39%	-23%	-22%	-22%	-41%	15	
avg_Qx[60-65]_w	0,007	0,001	16%	3%	4%	6%	5%	15	-26%	-2%	-2%	-3%	-30%	15	
avg_Qx[60-65]_m	0,015	0,002	10%	3%	4%	6%	-37%	15	-19%	-1%	-1%	-3%	-29%	15	
Qx[65-75]_w_96	F	0,018	0,002	-1%	7%	8%	10%	-50%	15	-32%	-5%	-5%	-6%	-36%	15
Qx[65-75]_w_97	R	0,017	0,002	0%	6%	6%	9%	-33%	15	-40%	-5%	-5%	-6%	-44%	15
avg_Qx[65-75]_w	AU	0,016	0,00	9%	4%	5%	7%	-27%	15	-32%	-3%	-3%	-4%	-35%	15
Qx[65-75]_w_01	E	0,015	0,001	15%	3%	4%	5%	-4%	15	-29%	-2%	-2%	-2%	-28%	15
Qx[65-75]_w_02	N	0,014	0,001	3%	3%	3%	4%	-29%	15	-16%	-2%	-2%	-3%	-23%	15
Bevölkerung in 1000		3209	3274	-15%	-9%	-21%	-33%	-62%	15	39%	28%	25%	-3%	-37%	15
Trend_Qx[60-65]_w		-0,032	0,015	-24%	-43%	-50%	-62%	-71%	15	-50%	26%	25%	15%	-54%	15
Trend_Qx[60-65]_m		-0,038	0,010	8%	-17%	-19%	-27%	-40%	15	-29%	11%	13%	18%	-55%	15
Qx[65-75]_m_96	M	0,034	0,003	14%	6%	7%	9%	-9%	15	-35%	-3%	-3%	-4%	-37%	15
Qx[65-75]_m_97	Ä	0,033	0,003	3%	4%	4%	6%	-31%	15	-22%	-1%	-1%	-2%	-30%	15
avg_Qx[65-75]_m	NN	0,031	0,00	12%	3%	3%	5%	-19%	15	-26%	-1%	-1%	-2%	-29%	15
Qx[65-75]_m_01	E	0,029	0,002	11%	2%	2%	4%	-15%	15	-17%	0%	0%	-1%	-17%	15
Qx[65-75]_m_02	R	0,029	0,002	7%	2%	2%	2%	-30%	15	-23%	0%	0%	-1%	-37%	15

Anhang III: Diskriminanz-Tableaus

Oberes Dreieck Distanzwerte; Unteres Dreieck Werte der Teststatistik

D_3^2 **k=3**
signifikant?

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,2	0,2	0,6	0,7	0,2	0,1	0,7	4,6	7,1	3,4	5,3	0,2	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	7,40	-12,5
r	1	0,1	0,6	0,7	0,9	0,1	0,5	4,6	7,1	3,4	5,4	0,3	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	7,86	-11,1
a	5	6	0,8	1,2	0,3	0,6	1,5	5,1	7,6	3,9	5,7	0,8	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	7,54	-12,0
n	6	6	5	0,7	0,1	0,5	1,2	4,8	7,4	3,9	5,6	0,4	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	7,73	-11,5
s	1	8	-5	-6	1,3	1,4	1,6	8,8	11,6	5,4	8,3	1,5	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-1	-1	-1	-2	1	0,1	0,4	4,9	7,0	3,4	5,3	0,3	[6]	avg. mittlere Rente w	7,42	-12,4
o	6	4	7	5	3	4	0,4	4,6	7,3	3,5	5,6	1,2	[7]	avg. mittlere Rente m	7,87	-11,1
n	52	52	45	43	69	57	48	4,4	12,6	4,3	5,6	4,2	[8]	avg_Qx[65-75]_w	7,25	-12,9
i	81	82	70	69	94	82	78	46	6,9	3,0	-6,0	6,3	[9]	avg_Qx[65-75]_m	-	0,0
e	38	38	32	33	37	40	35	-1	-17	3,3	5,4	4,0	[10]	avg_Qx[60-65]_w	7,26	-12,9
r	59	62	50	51	65	62	58	7	-56	13,7	5,1	5,0	[11]	avg_Qx[60-65]_m	7,28	-12,8
t	0	2	0	-3	2	3	9	-1	-3	5	-1	0,3	[12]	Trend_Qx75+_w	7,27	-12,8

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,17	0,20	0,90	0,46	0,26	0,12	0,73	4,76	6,52	4,25	6,90	0,12	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	6,84	-12,5
r	0	0,11	0,96	0,45	0,90	0,17	0,48	4,71	6,48	4,20	6,84	0,15	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	7,49	-10,4
a	9	10	1,00	1,18	0,20	0,71	1,93	5,32	7,16	4,93	7,41	0,96	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	7,56	-10,2
n	3	4	2	0,46	0,25	0,37	0,97	4,88	6,75	4,46	6,94	0,31	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	7,04	-11,8
s	1	9	-8	-2	1,28	1,45	1,63	9,07	10,62	6,45	10,81	1,36	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-1	1	-3	-1	2	0,28	0,67	4,88	6,75	4,36	6,87	0,33	[6]	avg. mittlere Rente w	7,04	-11,9
o	7	4	9	6	3	4	0,40	4,78	6,82	4,42	7,29	0,87	[7]	avg. mittlere Rente m	8,05	-8,7
n	54	55	42	48	72	52	49	4,56	10,22	7,16	9,70	4,23	[8]	avg_Qx[65-75]_w	7,06	-11,8
i	74	76	60	69	86	74	71	32	6,37	5,60	7,21	5,85	[9]	avg_Qx[65-75]_m	7,23	-11,2
e	48	49	38	44	47	47	45	15	-4	4,12	7,62	4,34	[10]	avg_Qx[60-65]_w	6,98	-12,0
r	79	80	62	71	87	75	76	29	4	21	6,62	6,18	[11]	avg_Qx[60-65]_m	-	0,0
t	-1	0	0	-2	1	1	5	-2	-2	1	-2	0,10	[12]	Trend_Qx75+_w	6,86	-12,4

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,85	0,85	0,93	1,07	1,21	0,36	1,18	3,07	3,13	2,97	2,72	5,48	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	5,22	-17,9
r	0	0,33	1,24	0,80	2,67	0,16	0,40	2,62	2,74	2,25	2,64	5,23	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	5,22	-17,9
a	1	10	1,42	1,72	2,26	1,08	1,82	3,30	3,20	3,02	2,96	6,66	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	5,21	-17,9
n	2	5	3	0,76	2,08	0,54	0,91	2,78	2,61	2,51	2,49	5,68	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	5,23	-17,8
s	4	26	7	13	3,07	3,13	3,25	6,08	5,30	4,97	5,02	10,99	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-5	-2	-3	-2	0	0,18	0,27	2,68	2,45	2,06	2,22	5,88	[6]	avg. mittlere Rente w	5,50	-17,0
o	3	1	4	2	1	1	0,10	2,59	2,32	2,07	2,13	5,32	[7]	avg. mittlere Rente m	5,37	-17,4
n	22	26	17	21	20	29	30	2,50	1,05	3,46	0,60	6,86	[8]	avg_Qx[65-75]_w	5,20	-17,9
i	23	27	16	19	15	27	27	-11	2,30	3,52	0,56	7,39	[9]	avg_Qx[65-75]_m	5,20	-17,9
e	21	22	14	18	13	22	24	7	9	1,92	0,46	5,89	[10]	avg_Qx[60-65]_w	5,29	-17,7
r	19	26	14	18	13	24	24	-14	-13	-12	2,10	7,33	[11]	avg_Qx[60-65]_m	5,20	-17,9
t	46	55	47	50	54	67	62	32	39	32	41	5,09	[12]	avg_Qx75+_m	-	0,0

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,22	0,30	0,29	0,71	1,28	0,33	2,44	6,45	5,34	6,04	5,17	2,18	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	6,23	-14,5
r	1	0,20	0,35	0,70	1,84	0,38	1,86	6,32	5,53	6,08	5,50	2,06	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	6,16	-14,8
a	1	2	0,55	1,07	1,49	0,61	3,20	7,35	5,81	6,41	5,58	2,65	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,32	-14,3
n	6	6	6	0,69	1,20	0,70	3,05	6,63	5,63	6,56	5,49	1,97	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	6,24	-14,5
s	12	19	10	5	2,29	2,61	3,97	10,89	8,37	8,68	8,02	5,83	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	1	2	1	0	2	0,56	2,34	6,65	6,22	6,48	5,61	2,42	[6]	avg. mittlere Rente w	6,40	-14,0
o	26	19	28	24	13	19	1,64	8,88	9,73	7,62	10,53	6,83	[7]	avg. mittlere Rente m	9,17	-5,4
n	72	71	73	62	66	65	62	6,16	2,01	9,98	2,18	-1,81	[8]	avg_Qx[65-75]_w	-	0,0
i	59	62	56	51	47	60	69	-19	5,22	9,87	3,32	-0,02	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,37	-14,1
e	68	68	63	61	49	63	51	18	24	5,85	1,51	1,69	[10]	avg_Qx[60-65]_w	6,63	-13,3
r	57	62	54	50	44	54	76	-19	-10	-21	5,03	1,07	[11]	avg_Qx[60-65]_m	6,44	-13,9
t	23	22	23	13	27	20	45	-37	-27	-20	-21	2,09	[12]	avg_Qx75+_m	6,41	-14,0

Oberes Dreieck Distanzwerte; Unteres Dreieck Werte der Teststatistik

D_3^2 **k=3**
signifikant?

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,11	0,14	0,16	0,40	1,08	0,12	1,86	6,08	4,53	6,61	4,49	1,89	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	6,57	-9,9
r	0	0,09	0,20	0,39	1,37	0,15	1,51	5,88	4,50	6,59	4,44	1,65	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	6,57	-9,9
a	1	1	0,32	0,62	1,06	0,30	2,28	7,16	5,03	7,27	4,88	2,23	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,73	-9,3
n	3	4	3	0,40	0,72	0,33	2,16	6,08	4,66	6,84	4,51	1,56	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	6,67	-9,5
s	12	15	8	4	1,71	1,84	3,11	10,48	7,31	9,42	7,04	4,85	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	0	1	0	-1	1	0,26	1,71	6,00	4,71	6,76	4,52	1,84	[6]	avg. mittlere Rente w	6,62	-9,7
o	21	17	22	20	12	17	1,43	7,64	7,60	7,99	8,17	5,09	[7]	avg. mittlere Rente m	8,04	-4,8
n	71	69	77	63	74	66	55	5,61	0,36	13,55	0,93	-2,30	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,71	-9,4
i	53	53	53	47	47	51	55	-26	4,43	11,78	3,01	-0,13	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,71	-9,4
e	77	78	78	71	65	75	58	39	42	6,52	-1,69	0,42	[10]	avg_Qx[60-65]_w	-	0,0
r	52	52	52	46	45	49	60	-23	-8	-37	4,31	0,76	[11]	avg_Qx[60-65]_m	6,68	-9,5
t	21	19	22	13	27	18	33	-39	-26	-28	-20	1,68	[12]	avg_Qx75+_m	6,58	-9,8

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,35	0,35	0,15	0,69	0,24	0,19	0,67	3,74	2,86	3,42	2,34	6,92	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	6,43	-8,0
r	0	0,10	0,33	0,63	1,35	0,25	0,25	3,69	2,75	3,13	2,36	6,00	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	5,99	-9,6
a	-2	3	0,46	0,95	0,90	0,44	0,76	4,22	2,97	3,44	2,48	8,27	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,93	-6,1
n	4	6	5	0,63	0,59	0,53	0,87	3,88	2,91	3,57	2,52	6,54	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	5,98	-9,6
s	-1	15	5	0	1,71	1,93	1,87	7,07	4,96	5,27	4,33	8,57	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-2	2	0	-1	2	0,38	0,54	3,91	3,11	3,40	2,53	6,50	[6]	avg. mittlere Rente w	5,98	-9,6
o	4	2	3	3	1	2	0,17	3,74	2,74	3,33	2,34	6,40	[7]	avg. mittlere Rente m	6,64	-7,2
n	38	43	41	34	45	39	42	3,60	-0,72	5,35	-1,46	9,40	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,49	-7,7
i	28	32	27	24	27	30	30	-27	2,68	5,75	-0,60	8,70	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,26	-8,6
e	34	36	33	31	30	34	37	11	22	3,07	-1,24	8,41	[10]	avg_Qx[60-65]_w	6,50	-7,7
r	22	27	22	20	22	24	25	-32	-24	-29	2,25	8,32	[11]	avg_Qx[60-65]_m	6,17	-8,9
t	74	70	85	62	58	68	73	37	43	36	47	5,86	[12]	avg_Qx75+_w	-	0,0

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,54	5,70	0,66	0,74	-0,42	0,57	0,58	0,58	0,49	0,60	0,47	0,53	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	5,41	30,8
r	55	5,10	1,47	3,36	1,70	2,87	5,12	4,54	5,08	5,14	5,14	4,97	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	-	0,0
a	1	-19	1,09	1,34	0,18	1,08	1,14	0,99	1,02	1,07	1,08	1,24	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	5,57	32,1
n	2	-9	2	0,58	-0,12	0,91	0,59	0,54	0,48	0,58	0,51	0,61	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	5,35	30,3
s	-10	-18	-9	-7	0,11	1,00	0,12	0,74	0,26	0,33	0,21	0,41	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	0	-12	0	3	11	0,87	0,88	1,00	0,90	0,93	0,86	0,99	[6]	avg. mittlere Rente w	5,64	32,7
o	0	0	0	0	0	0	0,00	0,35	0,09	0,16	0,05	0,19	[7]	avg. mittlere Rente m	5,33	30,2
n	0	-3	-1	-1	7	1	4	0,33	0,47	0,81	0,66	0,58	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,42	39,2
i	-1	0	-1	-1	2	0	1	2	0,09	0,30	0,09	0,32	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,08	36,4
e	1	0	0	0	3	1	2	5	3	0,15	0,03	0,30	[10]	avg_Qx[60-65]_w	6,12	36,7
r	-1	0	0	-1	1	0	1	4	0	-1	0,05	0,29	[11]	avg_Qx[60-65]_m	6,04	36,0
t	0	-1	1	0	4	1	2	3	3	2	3	0,19	[12]	avg_Qx75+_w	5,86	34,5

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	1,27	1,95	1,01	6,24	-1,33	1,00	1,26	1,06	1,13	1,23	1,07	1,18	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	6,93	410,2
r	6	1,21	1,38	6,18	0,33	1,25	1,39	1,08	1,22	1,20	1,33	1,46	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	6,31	383,6
a	-2	2	1,57	6,89	-0,33	1,55	1,57	1,38	1,48	1,56	1,41	1,71	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,36	385,8
n	46	46	46	5,35	-2,75	5,42	5,65	3,63	4,33	4,83	4,14	4,27	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	-	0,0
s	-24	-8	-17	-41	0,32	1,45	0,44	0,78	0,58	0,55	0,58	0,91	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-2	0	0	0	13	1,16	1,30	1,17	1,19	1,18	1,16	1,39	[6]	avg. mittlere Rente w	6,94	410,4
o	0	2	0	2	1	1	0,03	0,36	0,17	0,20	0,20	0,43	[7]	avg. mittlere Rente m	5,77	360,7
n	-2	-1	-2	-9	5	0	4	0,20	0,15	0,53	0,08	0,70	[8]	avg_Qx[65-75]_w	5,77	360,8
i	-1	0	-1	-5	3	0	2	-1	0,09	0,19	0,11	0,61	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,02	371,6
e	0	0	0	-3	3	0	2	4	1	0,08	-0,03	0,56	[10]	avg_Qx[60-65]_w	5,72	358,6
r	-2	1	-1	-6	3	0	2	-1	0	-1	0,12	0,58	[11]	avg_Qx[60-65]_m	5,74	359,7
t	-1	2	1	-6	7	2	5	6	6	6	6	0,38	[12]	avg_Qx75+_w	5,72	358,9

Oberes Dreieck Distanzwerte; Unteres Dreieck Werte der Teststatistik

D_3^2 **k=3**
signifikant?

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,22	0,57	0,22	1,21	-0,48	0,34	0,30	0,19	0,21	0,22	0,19	7,42	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	7,12	-0,6
r	4	0,50	0,29	1,26	0,08	0,43	0,52	0,44	0,52	0,49	0,53	7,07	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	6,82	-1,9
a	0	-2	0,48	1,56	-0,21	0,60	0,58	0,48	0,46	0,54	0,46	7,27	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,78	-2,0
n	11	8	12	1,15	-0,45	0,98	1,22	1,00	0,99	1,19	1,02	7,47	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	6,92	-1,4
s	-8	-5	-8	-15	0,32	0,85	0,37	0,67	0,57	0,55	0,55	7,27	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	1	-1	1	-2	6	0,58	0,60	0,59	0,61	0,60	0,58	7,31	[6]	avg. mittlere Rente w	6,87	-1,7
o	1	0	1	1	1	0	0,04	0,07	0,07	0,03	0,07	6,82	[7]	avg. mittlere Rente m	6,84	-1,8
n	0	-1	0	-1	4	0	0	0,07	0,03	0,30	0,02	6,85	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,99	-1,2
i	0	0	0	-1	3	0	0	0	0,06	0,17	0,04	6,85	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,95	-1,3
e	0	0	1	0	3	0	0	3	1	0,01	0,07	6,94	[10]	avg_Qx[60-65]_w	7,15	-0,5
r	0	0	0	-1	3	0	0	-1	0	1	0,05	6,86	[11]	avg_Qx[60-65]_m	6,99	-1,2
t	83	71	74	60	79	72	82	82	82	85	82	6,77	[12]	Trend_Qx75+_m	-	0,0

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	5,67	4,79	1,03	4,27	-7,27	1,20	5,71	4,40	4,78	5,36	4,67	3,49	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	-	0,0
r	-4	0,83	1,75	1,25	0,44	0,65	1,16	0,85	0,87	0,81	0,87	0,63	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	5,95	-177,4
a	-23	9	1,95	2,25	-0,52	1,32	2,04	1,62	1,80	2,07	1,88	1,71	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,09	-179,4
n	-7	4	2	0,97	-0,40	0,99	1,17	0,79	0,79	0,93	0,83	0,57	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	6,03	-178,5
s	-64	-4	-20	-13	0,68	1,29	1,10	1,46	1,18	1,15	1,18	0,88	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-22	-2	-5	0	6	0,71	0,96	0,85	0,76	0,72	0,71	0,77	[6]	avg. mittlere Rente w	5,77	-175,0
o	0	3	1	2	4	3	0,12	0,78	0,34	0,29	0,27	0,44	[7]	avg. mittlere Rente m	5,80	-175,4
n	-6	0	-3	-2	8	1	8	0,32	0,33	1,54	0,42	0,56	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,01	-178,2
i	-4	0	-1	-2	5	1	3	0	0,11	0,21	0,07	0,35	[9]	avg_Qx[65-75]_m	5,77	-175,1
e	-2	0	1	0	5	0	2	14	1	0,04	-0,01	0,32	[10]	avg_Qx[60-65]_w	5,77	-175,0
r	-5	0	-1	-1	5	0	2	1	0	-1	0,08	0,32	[11]	avg_Qx[60-65]_m	5,94	-177,2
t	-11	-2	-2	-4	2	1	4	3	3	3	3	0,26	[12]	Trend_Qx75+_m	5,83	-175,8

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,95	1,60	7,93	0,85	-1,23	1,06	1,05	0,96	0,90	1,00	0,82	0,70	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	7,11	-1,415
r	6	1,09	6,92	0,93	0,38	1,34	1,61	1,18	1,27	1,18	1,34	0,81	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	6,99	-1,400
a	69	55	6,28	5,24	-4,21	3,47	6,62	4,02	4,72	5,55	4,74	4,90	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	-	0
n	-1	-2	-5	0,38	-0,27	1,25	0,57	0,49	0,35	0,42	0,36	0,25	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	8,24	-1,557
s	-21	-7	-49	-7	0,48	1,72	0,88	1,31	0,90	0,84	0,87	0,67	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0
p	1	2	-13	10	14	1,31	1,78	1,48	1,47	1,37	1,35	1,27	[6]	avg. mittlere Rente w	7,11	-1,414
o	1	5	2	2	4	4	0,16	1,10	0,59	0,67	0,53	0,48	[7]	avg. mittlere Rente m	7,00	-1,401
n	0	1	-11	1	9	1	11	0,43	0,16	1,07	0,17	0,66	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,98	-1,399
i	0	2	-7	0	5	1	5	-3	0,22	0,44	0,11	0,45	[9]	avg_Qx[65-75]_m	7,09	-1,412
e	0	1	-3	1	4	1	6	7	3	0,17	-0,08	0,47	[10]	avg_Qx[60-65]_w	7,04	-1,406
r	-1	2	-7	0	4	0	4	-3	-1	-3	0,20	0,44	[11]	avg_Qx[60-65]_m	7,15	-1,420
t	-2	-3	-6	-1	2	0	4	3	3	3	3	0,24	[12]	Trend_Qx75+_m	7,07	-1,409

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index													
T	0,83	0,79	0,23	1,51	-1,02	0,30	0,99	0,72	0,81	0,81	0,72	6,63	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	6,13	-1,3
r	0	0,11	0,58	1,32	0,08	0,18	0,39	0,22	0,30	0,11	0,29	6,27	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	6,21	-1,0
a	-6	6	0,69	1,74	-0,24	0,52	0,88	0,65	0,66	0,75	0,64	6,73	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	6,14	-1,3
n	7	14	11	1,22	-0,46	0,86	1,63	0,94	0,96	1,23	1,00	7,09	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	6,13	-1,3
s	-19	0	-10	-16	0,32	0,57	0,73	0,79	0,70	0,54	0,65	6,42	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	-5	1	-2	-3	3	0,30	0,60	0,41	0,48	0,31	0,42	6,34	[6]	avg. mittlere Rente w	6,16	-1,2
o	2	3	2	4	5	3	0,22	0,79	0,69	0,36	0,60	6,34	[7]	avg. mittlere Rente m	6,13	-1,3
n	-1	1	0	-3	5	1	7	0,20	0,12	1,19	0,08	6,30	[8]	avg_Qx[65-75]_w	6,18	-1,1
i	0	2	0	-2	4	2	6	-1	0,23	0,70	0,10	6,33	[9]	avg_Qx[65-75]_m	6,15	-1,2
e	0	0	1	0	3	0	2	12	6	0,01	0,46	6,09	[10]	avg_Qx[60-65]_w	6,22	-0,9
r	-1	2	-1	-2	4	1	4	-1	-1	5	0,20	6,26	[11]	avg_Qx[60-65]_m	6,13	-1,3
t	58	73	63	54	69	69	71	71	71	74	71	6,06	[12]	Trend_Qx75+_w	-	0,0

Oberes Dreieck Distanzwerte; Unteres Dreieck Werte der Teststatistik

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index										D_3^2	k=3		
T	0,00	0,26	0,06	0,10	0,53	0,35	3,86	0,41	0,18	0,39	0,13	0,03	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	3,84	-1,4
r	3	0,17	0,14	0,14	-0,06	0,24	4,02	0,38	0,27	0,47	0,24	0,33	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	4,09	0,2
a	1	0	0,02	0,08	0,13	0,26	4,07	0,40	0,15	0,41	0,11	0,10	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	4,33	1,8
n	1	0	1	0,06	-0,05	0,23	3,96	0,31	0,13	0,37	0,11	0,30	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	4,07	0,1
s	7	-3	2	-2	0,23	0,44	4,06	0,86	0,49	0,75	0,45	0,35	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	5	1	3	2	3	0,23	4,08	0,46	0,35	0,53	0,28	0,34	[6]	avg. mittlere Rente w	4,18	0,8
o	53	51	55	53	50	50	3,77	3,16	3,48	2,87	3,58	3,49	[7]	avg. mittlere Rente m	-	0,0
n	6	3	5	3	8	3	-4	0,34	0,21	1,07	0,44	0,51	[8]	avg_Qx[65-75]_w	3,86	-1,3
i	2	1	2	1	3	1	-2	-2	0,15	0,88	0,23	0,25	[9]	avg_Qx[65-75]_m	3,81	-1,6
e	5	4	5	4	7	4	-6	9	10	0,36	0,11	0,45	[10]	avg_Qx[60-65]_w	3,80	-1,7
r	2	1	1	1	3	1	-1	1	1	-3	0,11	0,19	[11]	avg_Qx[60-65]_m	3,80	-1,7
t	0	2	1	3	2	1	-2	2	1	1	1	0,03	[12]	Trend_Qx75+_w	4,03	-0,2

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index										D_3^2	k=3		
T	0,14	0,37	0,18	0,19	0,22	3,33	0,14	0,14	0,22	0,15	0,14	0,11	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	3,61	0,0
r	3	0,35	0,18	0,29	0,42	3,08	0,36	0,35	0,44	0,38	0,35	0,31	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	3,76	1,1
a	1	-2	0,36	0,44	0,66	3,46	0,36	0,49	0,72	0,50	0,47	0,37	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	3,74	0,9
n	1	-1	1	0,18	0,26	3,10	0,18	0,20	0,36	0,22	0,20	0,14	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	3,76	1,1
s	1	1	4	1	0,00	3,60	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,10	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	-	0,0
p	42	34	39	38	50	2,97	3,09	3,30	3,45	3,36	3,20	2,83	[6]	avg. mittlere Rente w	-	0,0
o	0	0	0	0	0	1	0,00	0,01	0,02	0,00	0,00	0,08	[7]	avg. mittlere Rente m	3,63	0,2
n	0	0	2	0	0	3	0	0,00	0,33	0,06	0,00	0,09	[8]	avg_Qx[65-75]_w	3,61	0,0
i	1	1	4	2	1	4	0	4	0,02	0,07	0,45	0,15	[9]	avg_Qx[65-75]_m	3,61	0,0
e	0	0	2	1	0	3	0	1	1	0,00	0,02	0,09	[10]	avg_Qx[60-65]_w	3,63	0,2
r	0	0	1	0	0	2	0	0	6	0	0,00	0,09	[11]	avg_Qx[60-65]_m	3,61	0,0
t	0	0	0	-1	1	-1	1	1	2	1	1	0,09	[12]	Trend_Qx75+_w	3,65	0,3

	k=1	k=2	Erstes Merkmal Diagonalen-Index, Zweites Merkmal Spalten-Index										D_3^2	k=3		
T	0,25	0,31	0,45	0,91	0,94	0,12	2,33	7,99	8,94	6,66	7,30	0,13	[1]	Trend_Qx[65-75]_w	9,06	-4,8
r	1	0,20	0,66	0,93	1,93	0,27	1,65	7,73	9,15	6,70	7,63	0,27	[2]	Trend_Qx[65-75]_m	9,35	-4,0
a	2	5	0,82	1,51	0,68	0,56	2,99	9,07	9,56	7,16	7,76	0,77	[3]	Trend_Qx[60-65]_w	9,06	-4,8
n	7	7	6	0,88	1,24	0,64	3,25	8,13	9,39	7,36	7,72	0,52	[4]	Trend_Qx[60-65]_m	9,33	-4,0
s	7	18	-1	3	2,33	2,51	3,98	13,16	14,41	9,44	11,22	2,44	[5]	West=1, Süd(BW, Bayern)=0, C	9,18	-4,5
p	-1	1	-2	-2	1	0,37	2,10	7,89	9,28	6,85	7,35	0,44	[6]	avg. mittlere Rente w	9,56	-3,4
o	21	15	19	21	11	17	1,41	10,34	12,59	7,96	12,53	3,78	[7]	avg. mittlere Rente m	13,20	6,5
n	78	77	73	63	72	74	70	7,52	10,81	10,34	5,22	6,66	[8]	avg_Qx[65-75]_w	-	0,0
i	87	91	77	74	81	87	88	12	8,74	9,60	-3,09	7,83	[9]	avg_Qx[65-75]_m	-	0,0
e	65	66	56	56	47	63	51	10	3	6,43	4,21	6,85	[10]	avg_Qx[60-65]_w	9,14	-4,6
r	71	76	61	60	59	68	87	-8	-39	-9	7,04	6,57	[11]	avg_Qx[60-65]_m	9,06	-4,8
t	-1	1	0	-3	1	1	19	-3	-3	2	-2	0,18	[12]	Trend_Qx75+_w	9,12	-4,6

Anhang IV: Clusterverfahren

Clusterverfahren bilden anhand gegebener Merkmale bzw. Kennzahlen $K_i: U \rightarrow \mathbb{R}$ betrachteter Objekte $u \in U$ Gruppen ähnlicher Objekte. Folgend seien kurz Vorteile des FCM-Clusterverfahrens zur Visualisierung in multivariaten Problemen aufgezeigt.

- **Ein allgemeiner Ansatz für Clusterungen mittels Distanzmaßen**

Die Ähnlichkeit zweier Objekte u_1 und u_2 sei mittels einer Abstandsfunktion $d(u_1, u_2)$ beurteilt. Geben wir weiter eine Gruppen- bzw. Clusteranzahl c vor und charakterisieren wir die Cluster durch Clustermittelpunkte v_1, \dots, v_c und legen wir außerdem die Zugehörigkeit eines Objektes u zu genau einem Cluster v mittels der Zugehörigkeitsfunktion

$$z(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{falls } v \text{ das benachbarteste Cluster von } u \text{ ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

fest¹², so besteht der Verfahrensansatz in der Aufgabe, die Zugehörigkeiten $z(\dots)$ und die c Clustermittelpunkte v_j einer Anzahl n betrachteter Objekte u_r so festzulegen, dass die Summe der Abstände der Objekte von ihren zugeordneten Clustermittelpunkten minimiert wird. D.h. die Zielfunktion

$$\sum_{r=1}^n \sum_{j=1}^c (z(u_r, v_j) d(u_r, v_j))^2,$$

ist bezüglich $z(\dots)$ und v_1, \dots, v_c zu minimieren.

Betrachten wir hier die Euklid-Norm und damit die Abstandsfunktion

$$d_2(u_r, v_j) := \sqrt{\sum_{i=1}^p (u_{r(i)} - v_{j(i)})^2},$$

wobei p die Dimension der Objekte also etwa die Anzahl berücksichtigter Kennzahlen oder Merkmale angibt. Der Mittelpunkt zu bildender Cluster kann dann als Vektor der Mittelwerte der Ausprägungen zugeordneter Objekte wie folgt festgelegt werden:

$$v_j = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{r=1}^n z(u_r, v_j) u_{r(1)}}{\sum_{r=1}^n z(u_r, v_j)} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{r=1}^n z(u_r, v_j) u_{r(p)}}{\sum_{r=1}^n z(u_r, v_j)} \end{pmatrix}, \quad j=1, \dots, c, \quad c \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

In der Literatur finden sich vielfältig Vorschläge sowohl zur Lösung des Optimierungsproblems, zur Festlegung einer geeigneten Clusteranzahl sowie auch zur Wahl und Bedeutung anderer Festlegungen der Mittelpunkte¹³. Die jeweils erzielten Ergebnisse sind nicht unabhängig von den eingeschlagenen Vorgehensweisen.

- **Besonderheiten des Fuzzy-C-Means Clusterverfahrens**

Das sogenannte Fuzzy-C-Means Clusterproblem (FCM-Clusterproblem)¹⁴ modifiziert das beschriebene Clusterproblem. So ist wesentlich die gleichzeitige Zuordnung der betrachteten Objekte zu mehreren Clustern zugelassen, wobei aber für die modifizierte Zugehörigkeitsfunktion $\tilde{Z}(u, v)$ gefordert wird

$$\tilde{Z}(u, v) \in [0; 1] \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^c \tilde{Z}(u, v_j) = 1$$

Das dem allgemeinen Ansatz oben entsprechende FCM-Clusterproblem entspricht dann mit Verwendung der Euklid-Norm der Minimierung der Zielfunktion

$$\sum_{r=1}^n \sum_{j=1}^c \tilde{z}^2(u_r, \tilde{v}_j) d_2^2(u_r, \tilde{v}_j)$$

bezüglich $\tilde{Z}(u, v)$ und modifizierten Clusterzentren $\tilde{v}_1, \dots, \tilde{v}_c$, unter der Nebenbedingung

$$\sum_{j=1}^c \tilde{Z}(u, v_j) = 1,$$

bei beliebigem aber festem $c > 1$. Mit den modifizierten Clustermittelpunkten

$$\tilde{v}_j = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{r=1}^n \tilde{z}^2(u_r, \tilde{v}_j) u_{r(1)}}{\sum_{r=1}^n \tilde{z}^2(u_r, \tilde{v}_j)} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{r=1}^n \tilde{z}^2(u_r, \tilde{v}_j) u_{r(p)}}{\sum_{r=1}^n \tilde{z}^2(u_r, \tilde{v}_j)} \end{pmatrix}, \quad j = 1, \dots, c \quad c \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

stellen sich dann die optimalen Zugehörigkeitswerte in Abhängigkeit von $\tilde{v}_1, \dots, \tilde{v}_c$ wie folgt dar:

$$\tilde{Z}(u, \tilde{v}_i) = \frac{1/d_2^2(u, \tilde{v}_i)}{\sum_{j=1}^c 1/d_2^2(u, \tilde{v}_j)}, \quad i = 1, \dots, c, \quad u \in U.$$

Als Vorteile der FCM-Clusterproblematik gegenüber der originären Clusterproblematik zeigen sich, das mittels des sogenannten ISODATA-Algorithmus mögliche auffinden lokaler Extrema der Zielfunktion unabhängig von einer Strategie und selbst weitgehend unabhängig von der Festlegung der Ausgangsclustermittelpunkte. Im ISODATA-Algorithmus werden ähnlich der Nutzung des Banach'schen Fixpunktsatzes im wesentlichen ausgehend von einer Anfangsbelegung der Clustermittelpunkte sukzessive bis nur noch minimale Veränderungen zu beobachten sind, die Zugehörigkeiten und dann die Clustermittelpunkte neu berechnet.

Die genannten Vorteile beruhen auf der mit der FCM-Clusterung erzeugten größeren Information. Die verallgemeinerten Zugehörigkeitswerte $\tilde{Z}(u, v)$ bilden eine Ordnung der Zugehörigkeit eines Objektes zu den verschiedenen Clustermittelpunkten und vernetzen so die Objekte mit allen Clustern, womit in jedem Iterationsschritt die gesamte Information erhalten bleibt und so die bei den üblichen agglomerativen oder divisiven Clusterstrategien bestehende Gefahr des „unbewußten Verlaufs“ zu Nebenoptima zumindest abgeschwächt ist.

Die verallgemeinerten Zugehörigkeiten verschiedener Objekte zu einem Cluster sind jedoch nicht unmittelbar vergleichbar¹⁵, weshalb wir bei der Betrachtung von Clustergewichten den genannten Vorteil zwar beim Auffinden der optimalen Clustermittelpunkte nutzen, die Objekte für die Gewichtsbildung aber jeweils einem Cluster mit höchster Zugehörigkeit streng zuordnen.

Die Zuordnung der Objekte zu allen Clustern bei der Festlegung der Clustermittelpunkte mildert darüber hinaus den Einfluß von untypischen Objekten an den Rändern ab. Die mit der Euklid-Norm neben der „Belohnung“ der Nähe zu Clustermittelpunkten verbundene „Bestrafung“ der bezüglich einzelner Komponenten entfernt liegenden Objekte - aufgrund der Quadrierung der Abstände - führt beim originären Clusterproblem zu starken Verfälschungen einzelner Clustermittelpunkte. Bei der FCM-Clusterung werden vermeintliche Ausreißer hingegen bei der Festlegung von Clustermittelpunkten \tilde{v} auf alle Cluster verteilt und dennoch dem nächstliegenden Cluster zugeordnet, was die FCM-Clusterung robust gegenüber Ausreißern macht.

Wir berücksichtigen in der Abstandsfunktion Gewichtungen, wie diese etwa auch mit den sogenannten Mahalanobisdistanzen gegeben sein können¹⁶, um Betrachtungen aussagekräftiger gestalten zu können, d.h. wir verwenden die gegenüber oben modifizierte Abstandsfunktion

$$d_2(u_r, v_j) := \sqrt{\sum_{i=1}^p g_i (u_{r(i)} - v_{j(i)})^2}, \quad g_i \in \mathbb{R},$$

Zur Visualisierung spezieller Blickrichtungen in die Objektmengen verwenden wir außerdem das Verfahren unter festhalten von Merkmalsausprägungen im Iterations-Prozess also mit weiteren Nebenbedingungen des Optimierungsproblems.

Literatur:

- J.C. Bezdek:** „Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms“, Plenum Press, New York 1981.
- J. Bortz:** „Statistik für Sozialwissenschaftler“, Springer 5. Aufl. 1999.
- J. Van Eeghen, E.K. Greup, J.A. Nijssen:** „Rate Making“, Surveys of Actuarial Studies No. 2, 1983, Nationale-Niederlande N.V., Rotterdam, Niederlande.
- B. Elpelt, J. Hartung:** „Multivariate Statistik“, Oldenburg 1995.
- R. Holz:** „Fuzzy Sets in der Tarifierung“, Shaker 1996
- ...: „Rating, Ranking, Scoring und Fuzzy Sets – Eine Methoden-Zusammenführung ...“, Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Heft 3/1998, 363-384.
- ...: „Regionen-Ranking 2003 – Vergleichende Sozial- und Wirtschaftsstatistik“, Shaker 2004.

Sowie statistische Nachweise und Manuskripte aus dem Internet:

<http://www.aktuar.de> Deutsche Aktuarvereinigung e.V. Köln

<http://www.destatis.de> Statistisches Bundesamt Wiesbaden

<http://www.vdr.de> Verband der gesetzlichen Rentenversicherungen Berlin

<http://www.rankingweb.de> Seiten des Autors

Begleitdatei: Qx_regional.xls

¹ Vgl. <http://www.aktuar.de>

² Vgl. <http://www.statistikportal.de>

³ Vgl. <http://www.vdr.de>

⁴ Vgl. <http://www.aktuar.de>

⁵ Es ist die Methode der kleinsten Fehlerquadrate zur Ermittlung der nicht im Ursprung fixierten Trendgerade über die Jahre 1996 bis 2002 verwendet.

⁶ Vgl. R. Holz: Rating, Ranking, Scoring und Fuzzy Sets – Eine Methoden-Zusammenführung ...“, Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Heft 3/1998, 363-384.

⁷ Im Fit ist das Bestimmtheitsmaß als Quadrat der Pearsonschen Korrelation der Werte der Zeitachse mit den Sterbehäufigkeiten abgebildet.

⁸ Die Kennzahlen und die Eigenschaftsdefinitionen sind mit dem Beispiel 21 der Datei Qx_regional.xls abgelegt.

⁹ Vgl. R. Holz: „Regionen-Ranking 2003“.

¹⁰ Vgl. J. Van Eeghen, E.K. Greup, J.A. Nijssen: „Rate Making“, Surveys of Actuarial Studies No. 2, 1983, Nationale-Niederlande N.V., Rotterdam, Niederlande.

¹¹ Vgl auch Bortz, 551f

¹² Sollte es mehrere benachbartste Clustermittelpunkte v von u geben, so sei zunächst eine beliebige Zuordnung zu einem der benachbartsten Mittelpunkte zugelassen.

¹³ Vgl. etwa B. Elpelt, J. Hartung: „Multivariate Statistik“, Oldenburg 1995.

¹⁴ Vgl zur FCM-Clusterung auch R.Holz: „Fuzzy Sets in der Tarifierung“, Shaker 1996 oder besser J.C. Bezdek: „Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms“, Plenum Press, New York 1981.

¹⁵ Vgl. ebenda R.Holz: „Fuzzy Sets ...“, Shaker 1996, S. 72ff

¹⁶ Vgl etwa Bortz S. 551f

Diese Datei Ergänzt und korrigiert die Daten des Aufsatzes http://www.rankingweb.de/Qx_regional.pdf. Ergänzt sind die regionalen sowie die Alters abhängigen Entwicklungen der Rentenniveaus 1997 bis 2004. Die korrigierten mittleren Rentenniveaus der Frauen waren systematisch um ca. 15% zu gering dargestellt, was die getroffenen Aussagen aber unberührt lässt.

Gerne sende ich Ihnen die Analysedatei Qx_regional.xls auf Wunsch nochmals kostenlos mit den ergänzten korrigierten Daten.

	Kennzahl: avg 1996-2002	mittlere Rente w, €	mittlere Rente m, €	avg_Qx 75+_w	avg_Qx 75+_m	avg_Qx [65-75]_w	avg_Qx [65-75]_m	avg_Qx [60-65]_w	avg_Qx [60-65]_m
_D		483	1.035	0,081	0,100	0,016	0,031	0,007	0,015
_N		448	999	0,082	0,101	0,016	0,031	0,007	0,016
_O		604	1.030	0,085	0,108	0,018	0,034	0,007	0,017
_S		464	982	0,079	0,096	0,015	0,029	0,006	0,014
_W		425	1.093	0,081	0,099	0,016	0,032	0,007	0,015
Arnsberg, Regierungsbezirk		393	1.154	0,082	0,101	0,017	0,034	0,008	0,017
Baden-Württemberg		476	1.023	0,078	0,095	0,014	0,027	0,006	0,013
Bayern		453	946	0,080	0,096	0,015	0,029	0,006	0,014
Berlin		613	1.065	0,088	0,104	0,018	0,031	0,008	0,016
Brandenburg		608	1.013	0,088	0,111	0,018	0,034	0,008	0,018
Braunschweig, Regierungsbezirk		426	1.062	0,080	0,100	0,016	0,031	0,007	0,016
Bremen		463	1.064	0,074	0,095	0,017	0,032	0,007	0,018
Chemnitz, Regierungsbezirk		-	-	0,085	0,107	0,017	0,034	0,007	0,016
Darmstadt, Regierungsbezirk		487	1.069	0,079	0,094	0,016	0,029	0,007	0,014
Dessau, Regierungsbezirk		-	-	0,086	0,114	0,018	0,036	0,008	0,018
Detmold, Regierungsbezirk		443	998	0,079	0,099	0,014	0,030	0,006	0,015
Dresden, Regierungsbezirk		-	-	0,081	0,103	0,015	0,030	0,006	0,015
Düsseldorf, Regierungsbezirk		444	1.144	0,083	0,101	0,017	0,033	0,008	0,016
Freiburg, Regierungsbezirk		453	949	0,077	0,093	0,014	0,027	0,006	0,013
Gießen, Regierungsbezirk		386	965	0,082	0,098	0,016	0,030	0,007	0,015
Halle, Regierungsbezirk		-	-	0,084	0,110	0,019	0,036	0,008	0,018
Hamburg		540	1.094	0,079	0,095	0,017	0,031	0,008	0,016
Hannover, Regierungsbezirk		453	1.028	0,081	0,098	0,015	0,030	0,007	0,015
Hessen		448	1.027	0,080	0,096	0,015	0,029	0,007	0,014
Karlsruhe, Regierungsbezirk		474	1.036	0,079	0,096	0,015	0,029	0,007	0,014
Kassel, Regierungsbezirk		388	962	0,078	0,099	0,015	0,030	0,006	0,015
Köln, Regierungsbezirk		436	1.087	0,082	0,097	0,016	0,031	0,007	0,014
Leipzig, Regierungsbezirk		-	-	0,082	0,107	0,017	0,032	0,007	0,016
Lüneburg, Regierungsbezirk		403	971	0,084	0,103	0,016	0,030	0,007	0,015
Magdeburg, Regierungsbezirk		-	-	0,086	0,110	0,019	0,035	0,008	0,018
Mecklenburg-Vorpommern		587	980	0,085	0,110	0,018	0,035	0,008	0,019
Mittelfranken, Regierungsbezirk		490	982	0,081	0,097	0,016	0,030	0,007	0,015
Münster, Regierungsbezirk		369	1.156	0,079	0,099	0,016	0,033	0,007	0,016
Niederbayern, Regierungsbezirk		372	851	0,081	0,099	0,015	0,032	0,007	0,015
Niedersachsen		415	1.000	0,081	0,100	0,016	0,030	0,007	0,015
Nordrhein-Westfalen		421	1.120	0,081	0,100	0,016	0,032	0,007	0,016
Oberbayern, Regierungsbezirk		494	982	0,077	0,094	0,014	0,027	0,006	0,012
Oberfranken, Regierungsbezirk		463	915	0,083	0,099	0,016	0,033	0,007	0,017
Oberpfalz, Regierungsbezirk		385	888	0,081	0,097	0,016	0,032	0,007	0,016
Rheinland-Pfalz		389	979	0,081	0,098	0,016	0,031	0,007	0,015
Saarland		359	1.128	0,083	0,102	0,018	0,034	0,008	0,017
Sachsen		616	1.048	0,083	0,105	0,016	0,032	0,007	0,016
Sachsen-Anhalt		583	1.026	0,085	0,111	0,019	0,036	0,008	0,018
Schleswig-Holstein		433	1.007	0,084	0,100	0,016	0,030	0,007	0,015
Schwaben, Regierungsbezirk		450	946	0,080	0,098	0,015	0,029	0,006	0,014
Stuttgart, Regierungsbezirk		494	1.067	0,077	0,095	0,014	0,027	0,006	0,013
Thüringen		603	1.015	0,086	0,110	0,018	0,034	0,007	0,017
Tübingen, Regierungsbezirk		464	990	0,077	0,097	0,013	0,027	0,006	0,012
Unterfranken, Regierungsbezirk		390	948	0,080	0,097	0,015	0,029	0,006	0,014
Weser-Ems, Regierungsbezirk		373	943	0,080	0,100	0,015	0,030	0,007	0,015

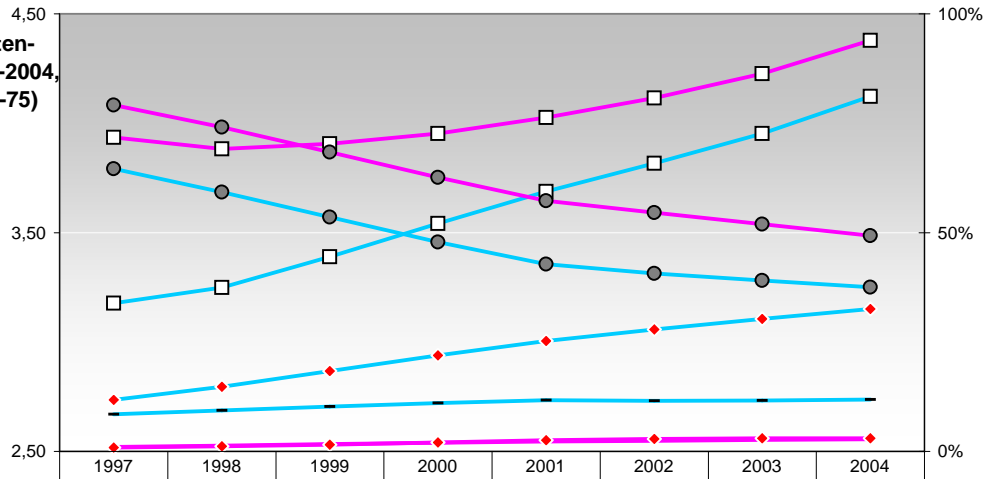
mittlere Rentenhöhen wegen Alters aus der
gesetzlichen Rentenversicherung

m	w	m	w	
1.057,4	509,5	Baden_Württemberg 2004	2003	
1.069,0	512,8			
1.063,1	508,4			
1.045,5	498,2			
1.026,8	486,7			
1.022,4	477,7			
1.010,9	465,4	2002		
1.006,4	452,6			
985,6	438,6		Bayern 2004	2003
984,9	431,1			
987,0	485,5			
989,6	475,4			
951,8	464,6			
945,4	455,2			
931,6	442,6	2002		
926,8	430,7			
1.026,1	625,5		Berlin (West) 2004	2003
1.043,5	627,3			
1.044,8	618,9			
1.033,3	602,5			
1.023,3	586,4			
1.027,3	575,6			
1.023,9	559,9	2002		
1.027,0	546,9			
1.059,2	664,7		Brandenburg 2004	2003
1.075,8	666,1			
1.070,7	655,6			
1.045,3	636,3			
1.024,9	620,3			
1.021,3	609,9			
999,1	592,2	2002		
993,5	579,7			
1.070,5	500,3		Bremen 2004	2003
1.086,8	502,0			
1.086,0	496,3			
1.073,0	485,1			
1.060,5	473,6			
1.063,3	464,1			
1.057,6	451,3	1999		
1.059,4	440,0			
1.099,5	585,6		Hamburg 2004	2003
1.117,0	587,6			
1.115,3	579,6			
1.101,6	565,3			
1.090,1	551,6			
1.093,4	541,7			
1.088,4	527,3	1999		
1.088,4	514,9			
1.059,2	484,9		Hessen 2004	2003
1.070,6	487,0			
1.064,5	480,1			
1.048,0	469,8			
1.029,6	458,5			
1.025,4	449,0			
1.014,7	436,9	1999		
1.010,7	425,2			
1.021,5	639,6		Mecklenburg-Vorpommern 2004	2003
1.037,4	640,7			
1.032,8	630,3			
1.009,3	613,6			
991,4	598,8			
989,1	589,4			
968,5	572,9	1999		
962,1	560,8			
1.032,4	450,3		Niedersachsen 2004	2003
1.044,0	452,4			
1.039,7	447,5			
1.021,8	437,2			
1.004,5	426,5			
999,3	416,4			
988,5	404,5	1999		
983,4	392,4			
1.140,0	451,8		NRW 2004	2003
1.156,1	454,6			
1.152,9	450,4			
1.135,6	440,2			
1.119,6	430,3			
1.118,4	421,9			
1.108,4	411,6	1999		
1.108,7	401,5			
1.020,1	422,6		Rheinland-Pfalz 2004	2003
1.030,2	424,1			
1.022,2	419,0			
1.003,9	410,0			
984,7	400,0			
979,5	391,2			
965,1	379,4	1999		
959,9	368,2			
1.143,6	384,9		Saarland 2004	2003
1.161,4	387,7			
1.156,8	383,6			
1.143,0	376,5			
1.128,1	368,4			
1.127,7	359,9			
1.119,1	350,3	1999		
1.118,3	341,1			
1.091,4	671,3		Sachsen 2004	2003
1.110,7	673,9			
1.104,9	661,9			
1.079,6	643,6			
1.057,4	627,0			
1.054,2	616,9			
1.032,1	600,1	1999		
1.029,6	589,8			
1.062,6	637,0		Sachsen-Anhalt 2004	2003
1.080,6	638,4			
1.076,7	627,9			
1.053,0	609,7			
1.034,1	594,6			
1.032,7	585,0			
1.011,8	568,3	1999		
1.011,7	558,8			
1.033,4	472,7		Schleswig-Holstein 2004	2003
1.047,0	474,2			
1.041,7	467,7			
1.026,1	456,6			
1.011,2	445,1			
1.007,8	434,5			
997,1	421,5	1999		
992,2	409,4			
1.055,3	655,3		Thüringen 2004	2003
1.073,2	657,7			
1.068,8	647,3			
1.043,5	628,6			
1.024,0	613,5			
1.023,4	604,7			
1.001,5	588,0	1999		
998,4	577,6			

**mittlere Rentenhöhen aus eigenen Ansprüchen gegenüber der
gesetzlichen Rentenversicherung
(Regel-Altersrenten und Renten nach Arbeitslosigkeit oder Altersteilzeit)**

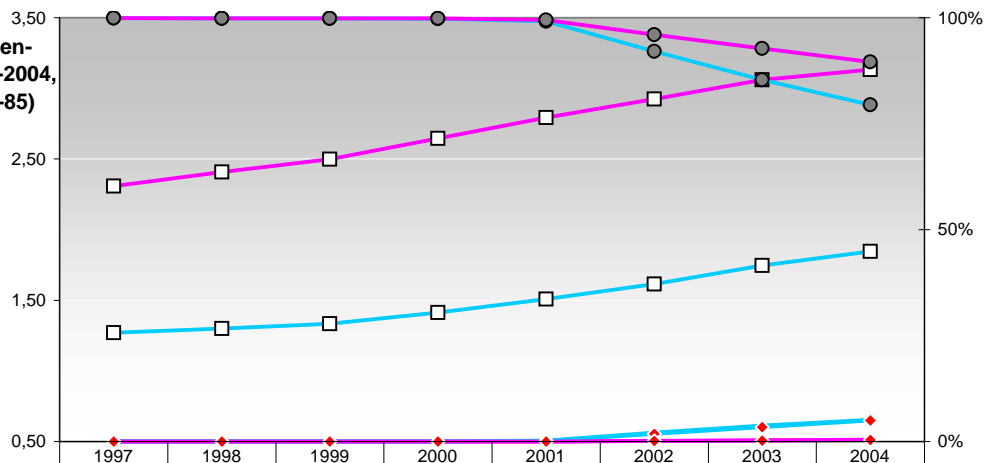
m	w	m	w
1.067,7	405,4	[95-100) 2004	
1.072,0	403,5	2003	
1.061,8	399,3	2002	
1.040,0	395,8	2001	
1.027,3	391,1	2000	
1.036,2	393,9	1999	
1.004,6	393,5	1998	
1.004,0	398,9	1997	
1.043,8	412,7	[90-95) 2004	
1.058,8	411,1	2003	
1.058,2	404,2	2002	
1.039,7	393,6	2001	
1.022,3	386,6	2000	
1.024,5	383,1	1999	
1.000,1	375,8	1998	
995,2	374,1	1997	
1.025,4	437,2	[85-90) 2004	
1.034,2	431,4	2003	
1.027,6	422,2	2002	
1.007,7	409,3	2001	
992,0	398,2	2000	
991,9	391,7	1999	
977,4	383,1	1998	
980,2	378,9	1997	
999,6	453,5	[80-85) 2004	
1.012,3	454,0	2003	
1.010,1	448,1	2002	
994,0	437,0	2001	
976,9	427,2	2000	
974,0	417,4	1999	
958,8	404,4	1998	
956,9	397,9	1997	
955,1	437,2	[75-80) 2004	
976,7	448,6	2003	
981,9	452,3	2002	
976,2	449,8	2001	
955,2	439,3	2000	
948,7	432,0	1999	
939,0	423,9	1998	
941,3	418,7	1997	
896,9	374,2	[70-75) 2004	
905,8	394,5	2003	
904,0	405,9	2002	
886,8	409,8	2001	
892,3	411,8	2000	
907,5	415,6	1999	
905,8	416,8	1998	
915,3	417,4	1997	
916,0	357,6	[65-70) 2004	
921,8	358,2	2003	
909,8	349,7	2002	
888,1	336,9	2001	
869,4	346,7	2000	
863,5	358,3	1999	
851,7	367,7	1998	
854,3	374,6	1997	

Gesetzliche Rentenversicherung 1997-2004, Altersbereich [65-75]



	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
□ Rentner m in Mio	3,18	3,25	3,39	3,54	3,69	3,82	3,95	4,12
□ Rentner w in Mio	3,94	3,88	3,91	3,95	4,03	4,11	4,23	4,38
● Anteil Regel-Altersrentner m	64,6%	59,3%	53,5%	47,9%	42,8%	40,7%	39,0%	37,5%
● Anteil Regel-Altersrentner w	79,2%	74,1%	68,4%	62,6%	57,3%	54,6%	51,9%	49,3%
▲ Anteil Schwerbehinderte m	8,4%	9,3%	10,2%	11,0%	11,7%	11,6%	11,7%	11,9%
▲ Anteil Schwerbehinderte w	1,0%	1,3%	1,6%	2,0%	2,3%	2,4%	2,6%	2,8%
◆ Anteil Arbeitslos ect. m	11,7%	14,8%	18,3%	21,9%	25,2%	27,9%	30,3%	32,6%
◆ Anteil Arbeitslos ect. w	0,9%	1,2%	1,6%	2,1%	2,5%	2,9%	3,0%	3,0%

Gesetzliche Rentenversicherung 1997-2004, Altersbereich [75-85]



	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
□ Rentner m in Mio	1,27	1,30	1,33	1,41	1,51	1,61	1,75	1,85
□ Rentner w in Mio	2,31	2,41	2,50	2,64	2,79	2,92	3,06	3,13
● Anteil Regel-Altersrentner m	99,9%	99,9%	99,9%	99,8%	99,1%	92,0%	85,3%	79,4%
● Anteil Regel-Altersrentner w	99,9%	99,9%	99,9%	99,8%	99,5%	96,0%	92,8%	89,6%
▲ Anteil Schwerbehinderte m	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%	2,1%	3,8%	5,1%
▲ Anteil Schwerbehinderte w	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%	0,3%	0,4%
◆ Anteil Arbeitslos ect. m	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%	1,8%	3,4%	5,0%
◆ Anteil Arbeitslos ect. w	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,3%	0,4%